ESERCIZI RISOLTI

2° edizione

a cura di:
Alex Fiori
Alice Mugnini
Gianni Cesini
Giovanni Latini
Fabio Polonara

capitolo 2

Esercizio 2.1
A quale temperatura due termometri basati uno sulla scala Celsius e l'altro sulla scala Fahrenheit riportano lo stesso valore?

Risposta: -40

Esercizio 2.2
Un barometro riporta una pressione atmosferica di 740 mmHg.
Calcolare:

a) la pressione atmosferica in kPa.

$$1\ Pa = 0{,}0075\ mmHg$$

a) $\dfrac{740}{0{,}0075} = 98666{,}67\ Pa = 98{,}66\ kPa$

Esercizio 2.3
Una forza di 2000 N è applicata uniformemente su un pistone di diametro pari a d=8 cm.
Calcolare:

a) la pressione sul cilindro.

$$A_c = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}08^4 = 0{,}005\ m^2$$

a) $P_c = \dfrac{F}{A} = \dfrac{2000}{0{,}005} = 397899\ \dfrac{N}{m^2} = 397{,}9\ \dfrac{kN}{m^2}$

Esercizio 2.4
Un recipiente cilindrico posto in verticale contiene un olio la cui densità è ρ_{olio}=870 kg·m^{-3}.
Se il recipiente cilindrico è lungo L=3,5 m, calcolare:
a) la pressione parziale esercitata dall'olio sul fondo dello stesso.

a) $P = \rho \cdot g \cdot h = 870 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}5 = 29841\ \dfrac{N}{m^2} = 29{,}84\ \dfrac{kN}{m^2}$

Esercizio 2.5
La pressione di un gas contenuto in un sistema pistone-cilindro viene misurata pari a p=0,150 MPa. Il pistone che provoca la pressione nel cilindro ha un'area trasversale di 400 mm^2. Se la pressione atmosferica è pari a 100 kPa, calcolare:
a) la massa del pistone che esercita la pressione sul gas interno al cilindro.

$$A_{t,pistone} = 4 \cdot 10^{-4}\ m^2$$
$$p_{atm} = 10^5\ Pa$$
$$p_{gas} = 1,5 \cdot 10^5\ Pa$$
$$\left(p_{gas} - p_{atm}\right) \cdot A_{t,pistone} = m_{pistone} \cdot g$$

a) $$m_{pistone} = \frac{\left(p_{gas} - p_{atm}\right) \cdot A_{t,pistone}}{g} = \frac{\left(1,5-1\right) \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{9,81} = 2,04\ kg$$

Esercizio 2.6
All'interno del condensatore di un motore a vapore viene misurata una pressione al vacuometro p_{vac}=720 mmHg. Se la pressione atmosferica misurata dal barometro è p_{atm}=765 mmHg, calcolare:
a) la pressione assoluta, in kPa, nel condensatore.

$$1\ mmHg = 133,3\ \frac{N}{m^2}$$

a) $$p_{ass} = p_{atm} - p_{vac} = 765 - 720 = 45\ mmHg = 5998\ \frac{N}{m^2} = 5,9\ kPa$$

Esercizio 2.7
Un contenitore cilindrico di altezza interna h=1,5 m e diametro interno d=0,75 m è riempito con m=7 kg di gas.
Un manometro inserito nel cilindro misura una pressione relativa pari a p_i=900 mmHg mentre un barometro misura all'esterno una pressione atmosferica pari a p_{atm}=760 mmHg.
Calcolare:
a) la pressione assoluta del gas nel contenitore,
b) volume specifico e densità del gas.

a) $$p_{ass} = p_i - p_{atm} = 900 + 760 = 1660\ mmHg$$
$$V_c = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h = \frac{\pi}{4} \cdot 0,75^2 \cdot 1,5 = 0,66\ m^3$$

b) $$V_s = \frac{V_c}{m} = \frac{0,66}{7} = 0,094\ m^3\ kg^{-1}$$
$$\rho_{gas} = V_c \cdot m = 0,66 \cdot 7 = 10,56\ kg^{-1}\ m^3$$

Esercizio 2.8
In un tratto di metanodotto la pressione del gas viene misurata con un manometro a U riempito di olio con densità è r_{olio}=900 kg·m^{-3}.
Il livello dell'olio nel ramo della U aperto all'atmosfera è superiore di 90 cm a quello nel ramo collegato con il condotto.
Se il barometro legge una pressione atmosferica di 101 kPa, calcolare:
a) la pressione assoluta nel metanodotto.

a) $P=\rho\cdot g\cdot\left(p_b\cdot l\right)=900\cdot 9{,}81\cdot\left(0{,}7575\cdot 0{,}9\right)=14619\ \dfrac{kg}{m^2}=0{,}146\ bar$

Esercizio 2.9
Un recipiente rigido di volume V=1,2 m^3 contiene una massa m=3,4 kg di gas.
Il recipiente è tenuto su una navicella spaziale dove l'accelerazione di gravità è pari a g=1,6 m·s^{-2}.
Calcolare:
a) il volume specifico del gas,
b) la densità del gas,
c) il peso specifico del gas.

a) $\rho=\dfrac{m}{V}=\dfrac{3{,}4}{1{,}2}=0{,}35\ \dfrac{kg}{m^3}$

b) $v=\dfrac{1}{\rho}=\dfrac{1}{0{,}35}=2{,}83\ \dfrac{m^3}{kg}$

c) $\gamma=\rho\cdot g=0{,}35\cdot 1{,}6=0{,}56\ \dfrac{N}{m^3}$

Esercizio 2.10
Un subacqueo scende a una profondità di 18 m sotto il livello di un lago salato in cui la densità dell'acqua è ρ_w=1025 kg·m^{-3}.
Calcolare:
a) la pressione che agisce sul subacqueo.
$p_{atm}=1{,}01325\cdot 10^5\,Pa$

a) $p_{tot}=p_{atm}+\rho_w\cdot g\cdot h=1{,}01325\cdot 10^5+(1025\cdot 9{,}81\cdot 18)=2{,}823195\cdot 10^5\,Pa$

Esercizio 2.11

Calcolare il valore sulle scale Fahrenheit, Kelvin e Rankine delle seguenti temperature:
200 °C, 120 °C, 70 °C, 30 °C, 15 °C, -10 °C, -40 °C.

$$T[K] = T[°C] + 273{,}15$$

$$T[°F] = \frac{9}{5}\left(T[°C]\right) + 32$$

$$T[K] = \frac{9}{5}\left(T[K]\right) = \frac{9}{5}\left(T[°C] + 273{,}15\right)$$

T [°C]	T [°F]	T [K]	T [R]
200	392.00	473.15	851.67
120	248.00	393.15	707.67
70	158.00	343.15	617.67
30	86.00	303.15	545.67
15	59.00	288.15	518.67
-10	14.00	263.15	473.67
-40	-40.00	233.15	419.67

Esercizio 2.12

Se sul barometro si legge una pressione atmosferica di 740 mmHg, calcolare la pressione assoluta corrispondente a un recipiente in cui è fatto un vuoto p_{vac}=250 mmHg.

760 mmHg = 1 atm =1, 013 bar

$$p_{abs} = 250 \cdot \left(\frac{1{,}013}{760}\right) = 0{,}344 \text{ bar}$$

Esercizio 2.13

Calcolare il valore sulla scala Celsius delle seguenti temperature:
50 °F, 68 °F, 86 °F, 104 °F.

$$T[°C] = \frac{5}{9}\left(T[°F] - 32\right)$$

T [°F]	T [°C]
50	10
68	20
86	30

Esercizio 2.14
Su un misuratore di pressione relativa si legge p_{rel}=2,50 bar mentre su un barometro la pressione atmosferica è rilevata pari a 760 mmHg.
Calcolare:
a) la pressione assoluta.

$$760\ mmHg = 1\ atm = 1,013\ bar$$

a) $p_{abs} = p_{rel} + p_{bar} = 2,5 + 1,013 = 3,513\ bar$

Esercizio 2.15
Per quale temperatura il valore sulla scala Celsius è il doppio del valore sulla scala Fahrenheit?

Risposta: -24,61 °C

Esercizio 2.16
Un sotto marino si trova ad una profondità di 250 metri (densità dell'acqua di mare ρ_w = 1030 kg·m^{-3}). Se l'interno del sottomarino è mantenuto a pressione atmosferica, calcolare:
a) la pressione differenziale a cui deve resistere lo scafo del sottomarino.

$$p_{atm} = 1,01325 \cdot 10^5\ Pa$$

a) $p_{diff} = \rho_w \cdot g \cdot h = 1030 \cdot 9,81 \cdot 250 = 25,26 \cdot 10^5\ Pa$

Esercizio 2.17
Il condensatore di un impianto motore a vapore lavora con una pressione al vacuometro p_{vac}=170mmHg.
Se il barometro legge una pressione di 101kPa, calcolare:
a) la pressione assoluta nel condensatore.

$$1\ mmHg = 133,3\ \frac{N}{m^2}$$

a) $p_{ass} = p_{atm} - p_{vac} = 22661 - 101000 = 78339\ Pa = 78,3\ kPa$

Esercizio 2.18
Un alpinista porta con sé un barometro, che rileva una pressione di 96,0 kPa all'inizio dell'ascesa. Durante la salita l'alpinista esegue tre letture della pressione atmosferica a 91,0 kPa, 87,0 kPa e 79,5 kPa.
Valutare:
a) la distanza percorsa dall'alpinista sulla verticale al momento delle tre letture sul barometro, se la densità media dell'aria può essere assunta pari a 1,20 kg·m^{-3}.
(l'effetto dell'altezza sull'accelerazione di gravità si può trascurare)

La distanza percorsa dall'alpinista sulla verticale al momento delle varie letture è:

$$p_0 = 96000\ Pa$$
$$p_1 = 91000\ Pa$$
$$p_2 = 87000\ Pa$$
$$p_3 = 79500\ Pa$$

a) $$h_1 = \frac{(p_0 - p_1)}{\rho \cdot g} = \frac{(96000 - 91000)}{1.2 \cdot 9.81} = 424{,}7\ m$$
$$h_2 = h_1 + \frac{(p_1 - p_2)}{\rho \cdot g} = 424.7 + \frac{(91000 - 87000)}{1.2 \cdot 9.81} = 424{,}7 + 339{,}8 = 764{,}5\ m$$
$$h_3 = h_2 + \frac{(p_3 - p_1)}{\rho \cdot g} = 764{,}5 + \frac{(87000 - 79500)}{1.2 \cdot 9.81} = 764{,}5 + 637{,}1 = 1401{,}6\ m$$

Esercizio 2.19
Con l'aiuto delle tabelle determinare la temperatura critica dell'aria, dell'idrogeno, del metano e del refrigerante R134a nelle scale Celsius, Fahrenheit, Kelvin e Rankine.

Fluido	T [K]	T [°C]	T [°F]	T [R]
aria	133	-140.15	-194.67	-252.27
idrogeno	33.2	-239.95	-374.31	-431.91
metano	191	-82.15	-90.27	-147.87
R134a	374	100.85	239.13	181.53

capitolo 3

Esercizio 3.1

Una certa quantità di vapore d'acqua surriscaldato a p_i=0,3 MPa, T_i=200 °C e V_i=500 dm^3 viene raffreddato a pressione costante.
Calcolare:
a) la massa di vapore,
b) la temperatura alla quale comincia la condensazione,
c) il titolo del vapore quando il volume V=0,04 m^3,
d) il volume del vapore quando la temperatura è T_f=70 °C.
e) rappresentare il processo sul piano (pv).

Nella condizione iniziale il fluido si trova in condizione di vapore surriscaldato perché la temperatura alla quale si trova è maggiore di quella di saturazione pari a T_{sat}=133,55 °C. Dalle tabelle del vapore surriscaldato il volume specifico risulta pari a:
v_1=0,7163 m^{3}kg^{-1}

a) La massa di vapore vale:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0,5}{0,7163} = 0,698\ kg$$

b) La condensazione inizia alla temperatura di saturazione corrispondente alla pressione di p=0,3 MPa=3 bar, pari a $T_{sat@2bar}$=133,55 °C.

Alla condizione c) il volume specifico vale:

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{0,04}{0,698} = 0,057\ m^3kg^{-1}$$

Alla pressione di 3 bar il volume specifico del liquido saturo e del vapore saturo secco valgono rispettivamente:
v_{liq}=0,001075 m^{3}kg^{-1} , v_{vss}=0,6054 m^{3}kg^{-1}

c) Il titolo del vapore in queste condizioni assume il valore:

$$x = \frac{(v_2 - v_{liq})}{(v_{vss} - v_{liq})} = \frac{(0,057 - 0,001075)}{(0,6054 - 0,001075)} = 0,093$$

Alle condizioni espresse dalla d) l'acqua è nello stato di liquido sottoraffreddato perché la sua temperatura è inferiore alla temperatura di saturazione pari a 133,55 °C.

d) Il volume specifico del liquido sottoraffreddato è ben approssimato dal volume specifico del liquido saturo alla temperatura T=70 °C che assume il valore $v_{liq@70\,°C}$=0,001023 m^{3}kg^{-1}. Quindi:

$$V_3 = m \cdot v_{liq@70°C} = 0,698 \cdot 0,00123 = 7,141 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

Esercizio 3.2

Una massa d'acqua pari a 1 kg subisce un processo di espansione isoterma dalla condizione p_i=4 bar e T_i=80 °C.
Calcolare:
a) il volume inizialmente occupato dall'acqua,
b) la pressione a cui l'acqua comincia a bollire,
c) il titolo del vapore quando il volume è 1 m^3,
d) il volume occupato quando la pressione è p_f=0,1 bar,
e) rappresentare il processo sul piano (pv).

Allo stato iniziale la pressione dell'acqua è superiore a quella di saturazione alla temperatura corrispondente, per cui l'acqua è nello stato di liquido compresso.
Per il volume specifico dello stato di liquido compresso si adotta il valore in condizioni di saturazione alla temperatura della sostanza (80 °C):

a) $v_i = 1 \cdot 0,0010293 = 0,0010293\ m^3kg^{-1} = 1,0293\ dm^3kg^{-1}$

La pressione a cui comincia a bollire l'acqua è quella di saturazione a 80 °C:

b) p_{sat}=0,4736 bar

La condizione della risposta c) si ha quando il volume specifico vale:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{1} = 1\ m^3kg^{-1}$$

La condizione si trova con la formula binomia:

$$v = v_{liq} + x\left(v_{vss} - v_{liq}\right)\ m^3kg^{-1}$$

c) $x = \dfrac{\left(v - v_{liq}\right)}{\left(v_{vss} - v_{liq}\right)}$

il volume specifico del liquido saturo e del vapore saturo secco a 80 °C valgono:

v_{liq}=0,0010293 m^3kg^{-1}
v_{vss}=4,410 m^3kg^{-1}

$$x = \frac{\left(v - v_{liq}\right)}{\left(v_{vss} - v_{liq}\right)} = \frac{(1 - 0,0010293)}{(3,410 - 1,0010293)} = 0,29$$

La pressione p_f=0,1 bar è inferiore a quella di saturazione alla temperatura di 80 °C, oppure, che è lo stesso, la temperatura di 80 °C è superiore a quella di saturazione alla data pressione (T_{sat}=45,8 °C) per cui in quel punto la condizione è di vapore surriscaldato.
Dalle tabelle del vapore surriscaldato si ottiene il volume specifico a:

$v_{@50\ °C}$=14,869 m^3kg^{-1}
$v_{@100\ °C}$=17,196 m^3kg^{-1}

interpolando linearmente si ha:

$v_{@80\ °C}$=16,26 m^3kg^{-1}

da cui il volume è:

d) $V = m \cdot v = 1 \cdot 16,26 = 16,26\ m^3$ $\mathrm{V = v \cdot m = 16,76 \cdot 1 = 16,76\ [m^3]}$

Esercizio 3.3

In un sistema cilindro-pistone è contenuta una massa d'aria m=2 kg. Il volume inizialmente a disposizione dell'aria è V_i=1 m^3 e la sua temperatura è T_i=400 °C. L'aria viene raffreddata in un processo isobaro e il pistone scende fino ad incontrare un fermo interno al cilindro (punto 2). A questo punto il volume a disposizione del fluido è V_f=0,6 m^3. Il raffreddamento continua lungo una trasformazione isocora fino a che la temperatura dell'aria non raggiunge il valore T_f=25 °C.
Calcolare:
a) la pressione iniziale,
b) la temperatura dell'aria nel momento in cui il pistone raggiunge il fermo,
c) la pressione finale dell'aria.

Alle condizioni iniziali la pressione vale:

a) $$p_i = \frac{m \cdot R \cdot T}{V_i} = \frac{2 \cdot 0,287 \cdot 673}{1} = 3,86\ bar$$

La trasformazione attraverso la quale avviene il raffreddamento del gas è isobara, quindi P_2=P_i:

b) $$T_2 = \frac{p_i \cdot V_f}{m \cdot R} = \frac{386 \cdot 10^5 \cdot 0,6}{2 \cdot 0,287} = 403,9\ K$$

Poiché il raffreddamento avviene a volume costante, V=V_f; quindi:

c) $$p_f = \frac{m \cdot R \cdot T_f}{V_f} = \frac{2 \cdot 0,287 \cdot 298}{0,6} = 2,85\ bar$$

Esercizio 3.4

Un recipiente contiene 0, 5 m^3 di ossigeno a 25 °C e 10 MPa.
Calcolare la massa di ossigeno contenuta nel recipiente utilizzando il modello di gas ideale.

$$m=\frac{p\cdot V}{T\cdot R}=\frac{10000\cdot 0,5}{295,15\cdot 0,2598}=64,55\ kg$$

Esercizio 3.5

Calcolare l'energia interna di 1 kg di vapore d'acqua a p=1 MPa nelle due condizioni:
a) vapore surriscaldato a T=500 °C,
b) vapore saturo con titolo 0,8.

Dalle tabelle dell'acqua surriscaldata, a p=1 MPa e T=500 °C

a) $u = 3124,4\ kJ\ kg^{-1}$

Dalle tabelle del vapore saturo alla pressione p=1 MPa:

T_s=179,9 °C,
$v_{vss}=0,01944\ m^3kg^{-1}$
$u_{liq}=761,1\ kJ\ kg^{-1}$,
$u_{vss}=2583,1\ kJ\ kg^{-1}$

Da cui:

b) $u = u_{liq} + x\left(u_{vss} - u_{liq}\right) = 761,1 + 0,8 \cdot \left(2583,1 - 761,1\right) = 2218,7\ \ kJ\ kg^{-1}$

Esercizio 3.6

Un contenitore rigido di volume V=1,5 m^3 contiene m=5 kg di vapore saturo alla pressione p=1 MPa. Calcolare:
a) la temperatura del vapore saturo,
b) la massa di liquido saturo,
c) il volume occupato dal liquido saturo,
d) la massa di vapore saturo secco,
e) il volume occupato dal vapore saturo secco.

Il volume specifico del vapore nel contenitore è pari a:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1,5}{5} = 0,3\ m^3\ kg^{-1}$$

Nelle tabelle del vapore saturo troviamo il valore del volume specifico per il liquido saturo e il vapore saturo secco a 1 MPa:

$$v_{liq}=0,00113\ m^3kg^{-1}$$
$$v_{vss}=0,194\ m^3kg^{-1}$$

Confrontando tali valori con il volume specifico nel contenitore ci si accorge di essere fuori dalla zona bifasica e in particolare nella zona del vapore saturo surriscaldato.
Pertanto la temperatura deve essere la corrispondente temperatura del vapore surriscaldato alle condizioni di pressione e volume specifico specificate dal problema:

a) $T_{@1MPa;@0,3m3kg-1}$=400 °C

Poiché il fluido che si sta studiando si trova alla condizione di vapore saturo surriscaldato, non ha senso parlare di liquido saturo e vapore saturo secco; le relative masse e volumi saranno pari a zero.

Esercizio 3.7

Un contenitore di volume V=2 m^3 contiene m=1 kmol di azoto a 60 °C.
Calcolare:
a) la pressione del gas,
b) il volume specifico,
c) i calori specifici c_p e c_v
d) la pressione finale del gas quando venga raffreddato fino alla temperatura di 25 °C.
(per l'azoto considerare k=1,4)

Assumendo l'azoto come un gas a comportamento ideale e considerando che una kmol di azoto corrisponde a 28 kg dello stesso, si può calcolare la pressione alle condizioni date tramite l'equazione di stato del gas ideali:

a) $$p_i = \frac{m \cdot R \cdot T}{V_i} = \frac{28 \cdot 0{,}2968 \cdot 333}{2} = 13{,}84\ bar$$

Il volume specifico si ottiene dividendo il volume per la massa:

b) $$v = \frac{V}{m} = \frac{2}{28} = 0{,}071\ m^3\ kg^{-1}$$

Per il calcolo dei calori specifici c_p e c_v si scrivono le due condizioni:

$$k = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}4$$

$$R = c_p - c_v = 0{,}2968\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

Risolvendo le due equazioni per c_p e c_v si ottiene

c) $c_p=1{,}039\ kJkg^{-1}K^{-1}$
$c_v=0{,}742\ kJkg^{-1}K^{-1}$.

Per il calcolo della pressione corrispondente alla temperatura di 25 °C si impone che:

$$m \cdot R = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = cost$$

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Da cui:

d) $$p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{13{,}84 \cdot 298}{333} = 12{,}39\ bar$$

Esercizio 3.8

Un contenitore rigido con volume V=0,8 m^3 contiene una massa di vapore saturo a 200 °C. La massa di liquido saturo presente è m_{liq}=15 kg.
Calcolare:
a) la pressione del vapore saturo,
b) la massa complessiva di vapore saturo,
c) il volume specifico del vapore saturo,
d) l'entalpia specifica,
e) l'energia interna specifica,
f) l'entropia specifica.

Dalle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione, i valori delle proprietà termodinamiche corrispondenti alla temperatura di 200 °C sono:

$p_{sat}=15{,}5\ bar$,
$v_{liq}=0{,}001157\ m^3kg^{-1}$,
$v_{vss}=0{,}12736\ m^3kg^{-1}$
$u_{liq}=850{,}0\ kJkg^{-1}$,
$u_{vss}=2595{,}7\ kJkg^{-1}$,
$h_{liq}=852{,}45\ kJkg^{-1}$,
$h_{vss}=2793{,}2\ kJkg^{-1}$,
$s_{liq}=2{,}3309\ kJkg^{-1}K^{-1}$,
$s_{vvs}=6{,}4323\ kJkg^{-1}K^{-1}$

La pressione del vapore saturo corrisponde alla pressione di saturazione:

a) $p=15{,}5\ bar$

La massa complessiva del vapore saturo dovrà essere calcolata considerando i contributi del liquido saturo e del vapore saturo secco.
La massa del liquido saturo vale:

$$V_{liq} = m_{liq} \cdot v_{liq} = 15 \cdot 0{,}001157 = 0{,}01736\ m^3$$

Il volume del vapore saturo secco sarà la differenza tra il volume totale e quello occupato dal liquido saturo:

$$V_{vss} = V - V_{liq} = 0{,}8 - 0{,}01736 = 0{,}78264\ m^3$$

La massa del vapore saturo secco assumerà il valore di:

$$m_{vss} = \frac{V_{vss}}{v_{vss}} = \frac{0{,}78264}{0{,}12736} = 6{,}145\ kg$$

La massa complessiva di vapore saturo si calcola come somma dei contributi del liquido saturo e del vapore saturo secco:

b) $m = m_{liq} + m_{vss} = 15 + 6{,}145 = 21{,}145\ kg$

Il titolo di vapore è calcolato come rapporto tra le masse:

$$x = \frac{m_{vss}}{m} = \frac{6{,}145}{21{,}145} = 0{,}29$$

Da cui il volume specifico del vapore saturo:

c) $v = v_{liq} + x\left(v_{vss} - v_{liq}\right) = 0,001157 + 0,29\left(0,12736 - 0,001157\right) = 0,03776\ m^3 kg^{-1}$

Utilizzando la medesima formula, si calcolano entalpia specifica, energia interna specifica ed entropia specifica:

d) $h = h_{liq} + x\left(h_{vss} - h_{liq}\right) = 852,45 + 0,29\left(2793,2 - 852,45\right) = 1415,27\ kJ\ kg^{-1}$

e) $u = u_{liq} + x\left(u_{vss} - u_{liq}\right) = 850,0 + 0,29\left(2595,7 - 850,0\right) = 1356,25\ kJ\ kg^{-1}$

f) $s = s_{liq} + x\left(s_{vss} - s_{liq}\right) = 2,3309 + 0,29\left(6,4323 - 2,3309\right) = 3,5203\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$

Esercizio 3.9

Si calcoli il volume specifico del refrigerante R-134a alla pressione di 16 bar e alla temperatura di 120 °C utilizzando:
a) l'equazione di stato dei gas perfetti;
b) il digramma generalizzato di comprimibilità (Fig. 3.21).
c) le tabelle del vapore surriscaldato per il refrigerante R134a.
Confrontare il risultato ottenuto con il metodo c), considerato valore vero, con i risultati ottenuti con i primi due metodi.

Ipotizzando il comportamento di gas perfetto, il volume specifico risulta a):

a) $$v = \frac{R \cdot T}{p} = \frac{0{,}08149 \cdot 393}{1600} = 0{,}020 \; m^3 \, kg^{-1}$$

Utilizzando il diagramma generalizzato per determinare il fattore di comprimibilità Z, è necessario prima calcolare la pressione e la temperatura ridotte:

$$T_R = \frac{T}{T_c} = \frac{393}{374{,}3} = 1{,}050$$

$$p_R = \frac{p}{p_c} = \frac{1600}{4067} = 0{,}393$$

Dal diagramma generalizzato di compressibilità (Fig. 3.21) si ricava Z=0,87 e quindi:

b) $$v = Z \cdot v_{id} = 0{,}87 \cdot 0{,}200 = 0{,}0174 \; m^3 \, kg^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato per il refrigerante R134a:

c) $v = 0{,}01750 \; m^3 kg^{-1}$

L'errore commesso usando l'equazione di stato dei gas ideali è:

$$e = \frac{0{,}0200 - 0{,}0175}{0{,}0175} = 0{,}143 = 14\%$$

L'errore commesso usando il fattore di comprimibilità è:

$$e = \frac{0{,}0174 - 0{,}0175}{0{,}0175} = 0{,}0057 = 0{,}57\%$$

Si noti come l'errore sia inferiore all' 1%. Questo esempio mostra come in mancanza di dati tabellati esatti si può utilizzare il diagramma generalizzato del fattore di compressibilità, ottenendo risultati abbastanza prossimi alla realtà.

Esercizio 3.10

Calcolare la massa di vapore saturo contenuto in un recipiente rigido di volume V=0,2 m^3 con una pressione p=5 bar e un titolo x=0,2.

Alla pressione p=5 bar, nelle tabelle di saturazione dell'acqua:

v_{liq}=0,00194 $m^3\ kg^{-1}$

v_{vss}=0,3746 $m^3\ kg^{-1}$

Il volume specifico del vapore saturo si calcola con la formula binomia:

$$v = v_{liq} + x\left(v_{vss} - v_{liq}\right) = 0,00194 + 0,2\left(0,3746 - 0,00194\right) = 0,0765\ m^3 kg^{-1}$$

La massa di vapore saturo contenuta nel recipiente si calcola il volume totale per il volume specifico:

$$m = \frac{V}{v} = \frac{0,2}{0,0765} = 2,615\ kg$$

Esercizio 3.11

Una massa di 90 kg di acqua, inizialmente in condizioni di liquido saturo, è completamente vaporizzata alla pressione costante di 100 kPa. Calcolare:

a) la variazione di volume,

b) la quantità di energia termica fornita all'acqua.

La variazione di volume specifico durante il processo di vaporizzazione è pari alla differenza tra v_{vss} e v_{liq}. Questi due valori possono essere ricavati dalle tabelle in corrispondenza della pressione di 100 kPa:

$$v_{liq}=0{,}0010438\ m^3\ kg^{-1}$$

$$v_{vss}=1{,}6940\ m^3\ kg^{-1}$$

$$\Delta v = v_{vss} - v_{liq} = 0{,}6940 - 0{,}0010438 = 1{,}693\ m^3 kg^{-1}$$

e quindi:

a) $\Delta V = \Delta v \cdot m = 1{,}693 \cdot 90 = 152{,}4\ m^3$

La quantità di calore necessaria per vaporizzare l'unità di massa di una sostanza in condizioni di liquido saturo a una certa pressione è l'entalpia di vaporizzazione pari alla differenza tra h_{vss} e h_{liq}. Tale valore può essere ricavato dalle tabelle in corrispondenza della pressione di 100 kPa e vale:

$$h_{vss}-h_{liq}=2256{,}5\ kJ\ kg^{-1}.$$

Per cui:

b) $Q = m\left(h_{vss} - h_{liq}\right) = 90 \cdot 2256{,}5 = 203{,}085\ MJ$

Esercizio 3.12

Una massa d'aria pari a m=10 kg compie un ciclo termodinamico in tre trasformazioni. La prima trasformazione (1-2) è un'isocora, la seconda (2-3) un'espansione isoterma e la terza (3-1) una compressione isobara. Nei punti significativi del ciclo sono noti: T_1=25 °C, p_1=p_3=1 bar, p_2=3 bar.
Calcolare:
a) la temperatura nello stato 2,
b) il volume specifico nello stato 3),
c) rappresentare il ciclo sul piano (pv).

La temperatura allo stato 2 può essere calcolata considerando l'aria come un gas ideale attraverso:

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot v_2}{R}$$

Sapendo che la trasformazione 1-2 avviene a volume costante, v_1=v_2, il valore del volume specifico si ottiene da:

$$v_2 = v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1}$$

Combinando i due risultati si ottiene:

a) $$T_2 = \frac{p_2 \cdot T_2}{p_1} = \frac{3 \cdot 298}{1} = 894\ K$$

Il volume specifico nello stato 3 si ottiene considerando che T_3=T_2 e p_3=p_1:

b) $$v_3 = \frac{R \cdot T_3}{p_3} = \frac{R \cdot T_2}{p_1} = \frac{0,287 \cdot 894}{1} = 2,57\ m^3 kg^{-1}$$

Esercizio 3.13

Calcolare
a) il titolo,
b) il volume specifico e
c) l'energia interna
del vapore saturo a p=1 MPa e h=2600 kJ·kg^{-1}.

Dalle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione, i valori delle proprietà termodinamiche corrispondenti alla pressione di p=1 MPa sono:

v_{liq}=0,001127 m^3 kg^{-1},
v_{vss}=0,1944 m^3 kg^{-1}
h_{liq}=762,81 kJ kg^{-1},
h_{vss}=2778,1 kJ kg^{-1},
u_{liq}=761,68 kJ kg^{-1},
u_{vvs}=2583,6 kJ kg^{-1}

Il fluido è effettivamente vapore saturo poiché $h_{liq}<h<h_{vss}$.
Il titolo può essere calcolato tramite l'equazione binomia:

a) $$x=\frac{h-h_{liq}}{h_{vss}-h_{liq}}=\frac{2600-762,81}{2778,1-762,81}=0,912$$

Infine è possibile calcolare il volume specifico e l'energia interna del vapore saturo:

b) $$v=v_{liq}+x\left(v_{vss}-v_{liq}\right)=0,001127+0,912\left(0,1944-0,001127\right)=0,1819\ m^3kg^{-1}$$

c) $$u=u_{liq}+x\left(u_{vss}-u_{liq}\right)=761,68+0,912\left(2583,6-761,68\right)=2422,6\ kJ\ kg^{-1}$$

Esercizio 3.14

Una massa m=10 kg di vapore d'acqua con titolo x=0,4 è contenuta in un recipiente rigido alla pressione p_i=1 MPa. Il vapore viene riscaldato fino a che nel recipiente rimane solo vapore saturo secco.
Calcolare:
a) il volume del recipiente,
b) la pressione finale nel recipiente.

La massa di vapore d'acqua si trova inizialmente nelle condizioni di saturazione alla pressione p_i=1 MPa. Dalle tabelle dell'acqua in saturazione si ha che:

$v_{liq}=0{,}0011278\ m^3kg^{-1}$,
$v_{vss}=0{,}1944\ m^3kg^{-1}$

Il volume specifico del vapore d'acqua si trova tramite la funzione binomia:

$$v = v_{liq} + x\left(v_{vss} - v_{liq}\right) = 0{,}0011278 + 0{,}4\left(0{,}1944 - 0{,}0011278\right) = 0{,}07844\ m^3kg^{-1}$$

Il volume del recipiente varrà quindi:

a) $V = m \cdot v = 10 \cdot 0{,}07844 = 0{,}784\ m^3$

La pressione finale nel recipiente, poiché ci troviamo ancora in condizioni di saturazione, è identica alla pressione iniziale; p_f=p_i=1 MPa

Esercizio 3.15

Del vapore a p=15 MPa bar ha un'entalpia h=3450 $kJ \cdot kg^{-1}$.
Calcolare:
a) la temperatura,
b) il volume specifico e
c) l'energia interna.

Dalle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione, in corrispondenza della pressione p=15 MPa:

$$h_{vss}=2610,5\ kJkg^{-1}$$

per cui, poiché $h>h_{vss}$, il fluido si trova nella condizione di vapore surriscaldato.
Dalle tabelle del vapore surriscaldato, alle condizioni di pressione ed entalpia espresse dal problema, si deducono temperatura, volume specifico ed energia interna:

a) *T=550 °C,*
b) *$v=0.02293\ m^3\ kg^{-1}$*
c) *$u=3104,7\ kJ\ kg^{-1}$*

Esercizio 3.16

Una massa m=0,424 kg di un gas sconosciuto (il cui comportamento può essere ritenuto ideale) è contenuta in una bombola di volume V=80 dm^3 a temperatura T=300 K e pressione p=300 kPa. Determinare la costante del gas e da essa dedurre il gas contenuto nella bombola.

Assumendo il comportamento ideale del gas, si può scrivere:

$$R = \frac{p \cdot V}{m \cdot T} = \frac{300 \cdot 0,08}{0,424 \cdot 300} = 0,1887 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Per determinare il gas contenuto nella bombola è necessario calcolare la massa molare:

$$M = \frac{\overline{R}}{R} = \frac{8314,3}{188,7} = 44,06$$

Il gas che si avvicina maggiormente al valore trovato è l'anidride carbonica (CO_2), la cui massa molare vale M=44,01. La piccola differenza tra i due valori è probabilmente causata da errori di misura.

Esercizio 3.17

Un contenitore metallico di volume V=5 dm^3 viene riempito di azoto a p=100 bar e T=25 °C. Il contenitore è protetto contro le sovrappressioni da una valvola termostatica di sicurezza che lascia fuoriuscire gas se la temperatura sale troppo. Calcolare:
a) la massa di idrogeno nel contenitore alle condizioni date,
b) a che temperatura deve aprirsi la valvola per evitare che la pressione nel contenitore non superi i 150 bar.
(per l'azoto, R=0,2968 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)

Assumendo l'azoto come un gas perfetto si può calcolare la massa alle condizioni date tramite l'equazione di stato a):

a) $$m = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{10000 \cdot 0{,}005}{0{,}2968 \cdot 298} = 0{,}565\ kg$$

La valvola dovrà aprirsi alle condizioni:

V=0,005 m^3*,*
m=0,565 kg,
p=150 bar

La temperatura a tali condizioni assume il valore di:

b) $$T = \frac{p \cdot V}{m \cdot R} = \frac{15000 \cdot 0{,}005}{0{,}565 \cdot 0{,}2968} = 447{,}2\ K = 174{,}05°C$$

Esercizio 3.18

Calcolare la pressione del refrigerante R-134a nelle due condizioni seguenti:

a) T_a=90 °C, h_a=332,60 $kJ \cdot kg^{-1}$;
b) T_b=100 °C, s_b=1,0716 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

Poiché alla temperatura di T=90 °C,

$$h_a > h_{vss@90\,°C},\ = 276,32\ kJ\ kg^{-1}$$

il fluido refrigerante si trova nella condizione di vapore surriscaldato. Dalle tabelle si desume che la pressione corrispondente allo stato "a" è p_a=0,28 MPa.

Le medesime considerazioni valgono per lo stato "b":

$$s_b > s_{vss@100\,°C},\ = 0,8117\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

la cui pressione corrisponde a p_b=1,3 MPa.

Esercizio 3.19

Calcolare:
a) la variazione di energia interna e
b) la variazione di entalpia
in una trasformazione in cui dell'acqua liquida passa da T_i=20 °C e p_i=0,1 MPa a T_f=75 °C e p_f=15 bar.

La variazione di energia interna si calcola con la:

a) $\Delta u = c \cdot \Delta T = 4{,}186(75-20) = 246{,}7 \ kJ\ kg^{-1}$

La variazione di entalpia si calcola con la:

b) $\Delta h = c \cdot \Delta T + v \cdot \Delta p = 4{,}186(75-20) + 0{,}001(1500-100) = 246{,}7 + 1{,}4 = 248{,}1 \ kJ\ kg^{-1}$

Esercizio 3.20

Gli pneumatici di un'automobile sono dotati di una valvola di sicurezza che impedisce che la pressione al loro interno superi il valore di 2,3 bar.
All'inizio di un viaggio lo pneumatico contiene 0,11 kg di aria. La pressione negli pneumatici vale p_i=2 bar e la temperatura T_i=25 °C. Al termine del viaggio la temperatura è salita a T_f=80 °C.
Calcolare:
a) la massa d'aria fuoriuscita dalla valvola di sicurezza,
b) la pressione all'interno degli pneumatici quando la temperatura ritorna a 25 °C.
Considerare l'aria un gas a comportamento ideale.

Alle condizioni definite dal problema si può considerare l'aria come un gas perfetto. Il volume di aria inizialmente contenuta negli pneumatici vale:

$$V_1 = \frac{m \cdot R \cdot T_1}{p_1} = \frac{0,11 \cdot 0,287 \cdot 298}{200} = 0,04706\ m^3$$

Poiché al variare delle condizioni al esterne il volume degli pneumatici rimane costante, V_1=V_2, la massa di aria contenuta al termine del viaggio è pari a:

$$m_2 = \frac{p_2 \cdot V_2}{R \cdot T_2} = \frac{230 \cdot 0,04706}{0,287 \cdot 353} = 0,1068\ kg$$

La massa d'aria fuoriuscita dalla valvola di sicurezza vale:

a) $\Delta m = m_1 - m_2 = 0,11 - 0,1068 = 0,0032\ kg$

Alla condizione b) si ha:

V_3=V_1=V_2 e
m_3=m_2

per cui:

b) $p_s = \dfrac{m_3 \cdot R \cdot T_i}{V_3} = \dfrac{0,1068 \cdot 0,287 \cdot 298}{0,04704} = 194,2\ kPa$

Esercizio 3.21

In una bombola di volume V=100 dm^3 contenente elio a T_i=380 K viene fatto il vuoto passando dalla pressione atmosferica, p_i=101 kPa, alla pressione p_f=3 kPa.
Calcolare:
a) la massa residua di elio nella bombola,
b) la massa di elio evacuata dalla bombola,
c) la pressione nella bombola alla fine dell'evacuazione se la temperatura diminuisce fino a T_f=15 °C,

Assumendo il comportamento ideale del gas nella bombola, si può calcolare la massa residua di elio nella bombola:

a) $$m_f = \frac{p_f \cdot V}{R \cdot T_i} = \frac{3 \cdot 0,1}{2,077 \cdot 380} = 0,00038\ kg$$

La massa iniziale può essere calcolata attraverso la medesima formula, con le condizioni iniziali:

$$m_i = \frac{p_i \cdot V}{R \cdot T_i} = \frac{101 \cdot 0,1}{2,077 \cdot 380} = 0,0128\ kg$$

La massa di elio evacuata dalla bombola risulta quindi b):

b) $$\Delta m = m_i - m_f = 0,0128 - 0,00038 = 0,01242\ kg$$

Poiché dalla richiesta c) risultano

m_3=m_f e
T_f=15 °C,

la pressione vale:

c) $$p_3 = \frac{m_f \cdot R \cdot T_f}{V} = \frac{0,00038 \cdot 2,077 \cdot 288}{0,1} = 2,275\ kPa$$

Esercizio 3.22

Una certa quantità di vapore saturo secco contenuto in un recipiente rigido a T_i=140 °C viene riscaldato fino alla temperatura T_f=300 °C.
Calcolare:
a) le pressioni iniziale e finale,
b) Rappresentare il processo sul piano (pv)

Poiché ci troviamo in condizioni di vapore saturo secco, la pressione corrispondente alla temperatura T=140 °C sarà la pressione di saturazione alla stessa temperatura. Dalle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione:

a) $p_i = 3{,}614\ bar$

Il successivo riscaldamento porterà il fluido nelle condizioni di vapore surriscaldato per mezzo di una trasformazione isocora; perciò dalle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione:

$$v_f = v_i = 0{,}5074\ m^3 kg^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato:

a) $p_f = 5{,}1\ bar$

Esercizio 3.23

Una massa m=10 kg di aria è racchiusa in un sistema cilindro-pistone con il pistone che si può muovere senza attrito. La temperatura iniziale dell'aria è T_i=30 °C e il volume specifico è v_i=0,85 $m^3 \cdot kg^{-1}$. L'aria viene compressa fino a che il volume occupato è il 20% del volume iniziale e la pressione finale è p_f=6 bar.
Calcolare:
a) il volume e la pressione iniziale dell'aria,
b) la temperatura finale dell'aria.
Il pistone viene poi bloccato nella sua posizione finale e si comincia a raffreddare il fluido fino a portarlo alla temperatura iniziale.
Calcolare:
c) la pressione dell'aria alla fine del raffreddamento.

Il volume iniziale dell'aria vale:

a) $V_i = m \cdot v_i = 10 \cdot 0{,}85 = 8{,}5\ m^3$

La pressione iniziale dell'aria si può calcolare considerando il gas come ideale a):

a) $p_i = \dfrac{R \cdot T_i}{v_i} = \dfrac{0{,}287 \cdot 303}{0{,}85} = 102\ kPa$

Nello stato finale, il volume del occupato dal fluido vale:

$$V_f = \frac{V_i}{5_i} = \frac{8{,}5}{1{,}7} = 1{,}7\ m^3$$

La temperatura finale dell'aria può essere calcolata come:

b) $T_f = \dfrac{p_f \cdot V_f}{R \cdot m} = \dfrac{500 \cdot 1{,}7}{0{,}287 \cdot 10} = 355{,}4\ K = 82{,}25\ °C$

Applicando l'equazione di stato dei gas ideali per lo stato 3, ricordando che V_3=V_f, m_3=m_2=m_1 e T_3=T_i, si ricava la pressione:

c) $p_3 = \dfrac{m \cdot R \cdot T_i}{V_f} = \dfrac{10 \cdot 0{,}287 \cdot 303}{1{,}7} = 512\ kPa$

capitolo 4

Esercizio 4.1

Una sezione di un impianto di riscaldamento ad acqua calda priva di pompa di circolazione il fluido entra alla pressione p_e=4 bar e alla temperatura T_e=70 °C con h_e=290 kJ·kg^{-1}.
L'acqua esce dalla sezione dell'impianto, a una quota superiore di 20 m rispetto a quella di ingresso, con T_u=55 °C, p_u=2,6 bar e h_u=240 kJ·kg^{-1}.
Considerando trascurabile la variazione di energia cinetica, calcolare il calore trasferito all'ambiente per unità di portata.

Il primo principio della termodinamica per sistemi aperti in regime stazionario e per unità di massa può essere scritto:

$$q - l = \Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p$$

con:

$$l = \Delta e_p = 0$$

Si ha:

$$\Delta e_c = (z_u - z_e) = \frac{9{,}81(20-0)}{1000} = 0{,}196 \text{ kJ kg}^{-1}$$
$$\Delta h = (h_u - h_e) = 240 - 290 = -50 \text{ kJ kg}^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$q = (-50) + 0 + 0{,}196 + 0 = -49{,}8 \text{ kJ kg}^{-1}$$

Esercizio 4.2

Una portata di 0,5 kg·s^{-1} di fluido entra in un sistema aperto in regime stazionario.
Le proprietà del fluido all'entrata nel sistema sono: p_e=1 bar, v_e=0,1 m^3·kg^{-1}, w_e=100 m·s^{-1}, u_e=800 kJ·kg^{-1}.
All'uscita le proprietà del fluido sono: p_u=5 bar, v_u=0,02 m^3·kg^{-1}, w_u=200 m·s^{-1}, u_u=550 kJ·kg^{-1}.
Il sistema trasferisce una potenza termica pari a 100 kW all'ambiente mentre il fluido nel sistema viene portato a una quota superiore di 25 m rispetto a quella di ingresso.
Calcolare:
a) la variazione di entalpia,
b) la potenza meccanica scambiata all'albero.

La variazione di entalpia può essere calcolata come segue:

d) $\Delta h=\Delta u+\Delta(pv)=(u_u-u_e)+(p_u v_u-p_e v_e)=$
$=(550-800)+(500\cdot 0{,}02-100\cdot 0{,}1)=-250+0=-250\ kJ\ kg^{-1}$

Partendo dall'espressione del 1° principio della Termodinamica scritto per un sistema aperto operante in regime stazionario e per unità di massa, si trova che:

$$q-l=\Delta h+\Delta e_c+\Delta e_p$$

$$q=\frac{\dot{Q}}{\dot{m}}=\frac{100}{0{,}5}=200\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_c=\frac{(w_u^2-w_e^2)}{2}=\frac{(200^2-100^2)}{2\cdot 1000}=15\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_p=g(z_u-z_e)=\frac{9{,}81(25-0)}{1000}=0{,}25\ kJ\ kg^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$l=-(-250)-15-0{,}25-(200)=34{,}75\ kJ\ kg^{-1}$$

Moltiplicando tale valore per la portata di fluido che attraversa il sistema si ottiene la potenza meccanica scambiata all'albero:

a) $\dot{L}h=l\cdot\dot{m}=34{,}75\cdot 0{,}5=17{,}38\ kW$

Esercizio 4.3

In un sistema pistone-cilindro l'aria compressa possiede un energia interna specifica u_i=400 kJ·kg^{-1} all'inizio dell'espansione e un'energia interna specifica u_f=180 kJ·kg^{-1} alla fine dell'espansione.
Se il lavoro unitario ceduto dal sistema all'ambiente durante l'espansione è l=110 kJ·kg^{-1}, calcolare a) il calore scambiato.

Poiché il sistema può considerarsi chiuso, attraverso l'espressione del 1° principio della Termodinamica scritta per un sistema chiusi si può calcolare il calore scambiato:

a) $q = (u_f - u_i) + l = (180 - 400) + 110 = -110 \ kJ \ kg^{-1}$

Poiché il calore assume valore negativo, ciò significa che esso è diretto dal sistema verso l'ambiente.

Esercizio 4.4

Un fluido entra in un sistema aperto alle seguenti condizioni: w_e=300 m·s^{-1}, p_e=50 bar, u_e=1900 kJ·kg^{-1}, v_e=0,5 m^3·kg^{-1}, e ne esce alle seguenti condizioni: w_u=10 m·s^{-1}, p_u=1 bar, u_u=1200 kJ·kg^{-1}, v_u=1,4 m^3·kg^{-1}.
Calcolare la potenza meccanica scambiata all'albero.

Partendo dall'espressione del 1° principio della Termodinamica scritto per un sistema aperto operante in regime stazionario e per unità di massa, si trova che:

$$q-l=\Delta h+\Delta e_c+\Delta e_p$$

$$q=0\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta h=\Delta u+\Delta(pv)=(1200-1900)+(100\cdot 1,4-500\cdot 0,5)=-700-110=-810\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_c=\frac{\left(w_u^2-w_e^2\right)}{2}=\frac{\left(10^2-300^2\right)}{2\cdot 1000}=-45\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_p=0\ kJ\ kg^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$l=-(-810)-(-45)-0+0=855\ kJ\ kg^{-1}$$

Esercizio 4.5

Una massa m=0,5 kg di azoto a T_i=25 °C e p_i=100 kPa è contenuta in un sistema pistone-cilindro. L'azoto viene compresso dal pistone fino a che la pressione diventa p_f=0,8 MPa e la temperatura T_f=130 °C. Il lavoro fornito al sistema è L=40 kJ.
Calcolare il calore scambiato tra il sistema e l'ambiente esterno.
(per l'azoto c_v=0,75 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)

In accordo con il 1° principio della Termodinamica per un sistema chiuso, si può scrivere:

$$Q = \Delta U + L = m \cdot c_v \left(T_f - T_i\right) + L = 0,5 \cdot 0,75\left(130 - 25\right) + \left(-40\right) = 39,4 - 40 = 0,6\ kJ$$

Si noti che il lavoro nella formula assume valore negativo poiché è compiuto dall'ambiente sul sistema.

Esercizio 4.6

Un compressore d'aria raffreddato ad acqua assorbe dall'ambiente un lavoro pari a 200 $kJ \cdot kg^{-1}$ per unità di massa di fluido elaborato. Il calore ceduto all'acqua, sempre riferito alla portata unitaria di aria, è pari a 100 $kJ \cdot kg^{-1}$. Nel compressore l'aria vede aumentare la propria entalpia di 80 $kJ \cdot kg^{-1}$. Calcolare: il calore ceduto, per unità di portata d'aria, all'ambiente esterno attraverso l'involucro del compressore.

Il primo principio della termodinamica per sistemi aperti in regime stazionario e per unità di massa può essere scritto:

$$q - l = \Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p$$

$$q = q_{acqua} + q_{aria}$$

$$\Delta h = h_u - h_e = 80\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_c = 0\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_p = 0\ kJ\ kg^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$q_{\ aria} = -q_{acqua} + l + \Delta h = -(-100) + (-200) = -20\ kJ\ kg^{-1}$$

Esercizio 4.7

In un sistema pistone-cilindro il volume a disposizione del gas viene diminuito a pressione costante (p_i=2 MPa) da V_i=0,8 m^3 a V_f=0,5 m^3. Durante il processo il gas cede all'ambiente esterno una quantità di calore pari a Q=50 kJ.
Calcolare: a) la variazione di energia interna del gas

Il primo principio della termodinamica per un sistema chiuso si può scrivere:

$$Q_{1-2} - L_{1-2} = (U_2 - U_1)$$

Dove:

$$L_{1-2} = \sum_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1) = 2000(0,5 - 0,8) = -600\ kJ$$

Quindi:

a) $\Delta U = (U_2 - U_1) = Q_{1-2} - L_{1-2} = -50 - (-600) = 550\ kJ$

Esercizio 4.8

Una turbina a gas elabora una portata di 12 $kg \cdot s^{-1}$ e garantisce una potenza meccanica utile all'albero di 10 MW.
L'entalpia del gas all'entrata e all'uscita è pari a h_e=1000 $kJ \cdot kg^{-1}$ e h_u=300 $kJ \cdot kg^{-1}$, e la velocità del gas all'entrata e all'uscita è pari a w_e=30 $m \cdot s^{-1}$ e w_u=100 $m \cdot s^{-1}$.
Calcolare:
a) la potenza termica dispersa verso l'ambiente dalla turbina
b) l'area trasversale del condotto di entrata se il volume specifico del gas è v_e= 0,4 $m^3 \cdot kg^{-1}$.

Il primo principio della termodinamica per sistemi aperti in condizioni stazionarie e per unità di massa può essere scritto:

$$q = \Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h + l$$

$$l = \frac{\dot{L}}{\dot{m}} = \frac{10000}{12} = 833\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_c = \frac{w_u^2 - w_e^2}{2} = \frac{100^2 - 30^2}{2 \times 1000} = 4{,}44\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_p = 0\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 300 - 1000 = -700\ kJ\ kg^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$q = 4{,}55 + 0 + (-700) + 833 = 137{,}55\ kJ\ kg^{-1}$$

Moltiplicando tale valore per la portata di fluido che attraversa la turbina si ottiene la potenza termica dispersa verso l'ambiente:

a) $\dot{Q} = q \cdot \dot{m} = 137{,}55 \cdot 12 = 1650{,}6\ kW$

L'area di passaggio della sezione d'ingresso può essere calcolata con la seguente relazione:

$$\dot{m} = \frac{w_e \cdot A}{v}$$

Da cui:

b) $A = \frac{v \cdot \dot{m}}{w_e} = \frac{0{,}4 \cdot 12}{30} = 0{,}16\ m^2$

Esercizio 4.9

Una barra di acciaio di massa m=2 kg è sottoposta a un trattamento termico nel quale viene raffreddata da T1=250 °C a T2=50 °C attraverso l'immersione in un serbatoio di acciaio contenente acqua alla temperatura $T_{w,i}$=20 °C. La temperatura finale dell'acqua è uguale a quella finale dell'acciaio. Il serbatoio di acciaio ha una massa m_s=1 kg ed è ben isolato verso l'esterno. Considerando l'insieme serbatoio+barra+acqua come un sistema chiuso, calcolare:
a) la massa di acqua,
b) la variazione di energia interna dei tre componenti del sistema
(c_{acqua}=4,2 kJ·kg^{-1}·K^{-1}, $c_{acciaio}$=0,48 kJ·kg^{-1}·K^{-1})

Si consideri la barra d'acciaio e il serbatoio contenente acqua come un sistema chiuso. L'energia interna iniziale del sistema si può scrivere:

$$U_1 = m \cdot c_{acciaio} \cdot T_2 + m_s \cdot c_{acciaio} \cdot T_{w,i} + m_{acqua} \cdot c_{acciaio} \cdot T_{w,i}$$

L'energia interna finale del sistema si può scrivere come:

$$U_2 = m \cdot c_{acciaio} \cdot T_2 + m_s \cdot c_{acciaio} \cdot T_{w,f} + m_{acqua} \cdot c_{acciaio} \cdot T_{w,f}$$

Il primo principio della termodinamica per sistemi chiusi si può scrivere:

$$Q_{12} = U_2 - U_1 + L_{12}$$

Poiché nel testo si sottolinea che il serbatoio è ben isolato e ha pareti rigide, si assume che:

$$Q_{12} = 0 \text{ kJ}$$
$$L_{12} = 0 \text{ kJ}$$
$$U_2 = U_1$$

e quindi:

a) $$m_{acqua} = \frac{m \cdot c_{acciaio} \cdot (T_1 - T_2) + m_s \cdot c_{acciaio} \cdot (T_{w,i} - T_{w,f})}{c_{acciaio} \cdot (T_{w,f} - T_{w,i})} = \frac{2 \cdot 0{,}48 \cdot 200 - 1 \cdot 0{,}48 \cdot 30}{4{,}2 \cdot 30} = 1{,}41 \text{ kg}$$

La variazione di energia interna dei tre componenti è calcolata come segue:

b) $$\Delta U = m \cdot c_{acciaio} \cdot (T_2 - T_1) = 2 \cdot 0{,}48 \cdot (-200) = \text{-}192 \text{ kJ}$$
$$\Delta U_s = m_s \cdot c_{acciaio} \cdot (T_{w,f} - T_{w,i}) = 1 \cdot 0{,}48 \cdot (30) = 14{,}4 \text{ kJ}$$
$$\Delta U_{acqua} = m_{acqua} \cdot c_{acqua} \cdot (T_{w,f} - T_{w,i}) = 1{,}41 \cdot 4{,}2 \cdot (30) = 177{,}6 \text{ kJ}$$

Esercizio 4.10

Un sistema cilindro-pistone riempito d'aria percorre un ciclo termodinamico composto da due trasformazioni. Nella prima, l'ambiente cede lavoro L_1=100 kJ al sistema per comprimere il pistone e riceve calore Q_1=60 kJ. Nella seconda, l'espansione dell'aria permette di cedere all'ambiente un lavoro pari a L_2=130 kJ.
Calcolare il calore scambiato complessivamente tra il sistema e l'ambiente ed identificarne il verso.

Il primo principio della termodinamica lungo la trasformazione 1-2 può essere scritto:

$$Q_{1-2} = (U_2 - U_1) + L_{1-2}$$

Da cui, sostituendo i valori numerici:

$$-60 = (U_2 - U_1) + (-100)$$
$$(U_2 - U_1) = 100 - 60 = 40\ kJ$$

Scrivendo, invece, il primo principio della termodinamica per la trasformazione 2-1:

$$Q_{1\text{-}2} = (U_2\text{-}U_1) + L_{1\text{-}2} = -40 + 130 = 90\ kJ$$

Complessivamente 90 kJ passano dall'ambiente al sistema.

Esercizio 4.11

Un compressore centrifugo elabora 15 kg·min^{-1} di aria. Le condizioni dell'aria all'ingresso sono: w_e=10 m·s^{-1}, p_e=1 bar, v_e=0,5 m3·kg^{-1}, e le condizioni all'uscita sono: w_u=80 m·s^{-1}, p_u=8 bar, v_u=0,14 m^3·kg^{-1}. L'aumento di entalpia tra entrata e uscita nel compressore è pari a 160 kJ·kg^{-1}, e la potenza termica dispersa verso l'ambiente è pari a 600 kJ·min^{-1}.
Calcolare:
a) la potenza meccanica richiesta all'albero dal compressore,
b) il rapporto tra i diametri dei condotti di ingresso e uscita del compressore.

Il primo principio della termodinamica per sistemi aperti in condizioni stazionarie e per unità di massa può essere scritto:

$$q=\Delta e_c+\Delta e_p+\Delta h+l$$

$$q=\frac{\dot{Q}}{\dot{m}}=\frac{600}{15}=40\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_c=\frac{w_u^2-w_e^2}{2}=\frac{80^2-10^2}{2\cdot 1000}=3,15\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_p=0\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta h=h_u-h_e=160-0=160\ kJ\ kg^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$l=(-40)-3,15-0-160=-203,15\ kJ\ kg^{-1}$$

Moltiplicando tale valore per la portata di fluido che attraversa la turbina si ottiene la potenza meccanica richiesta all'albero:

a) $\dot{L}=l\cdot\dot{m}=203,15\cdot\frac{15}{60}=50,79\ kW$

La massa di aria che fluisce attraverso il compressore è data da:

$$m=\frac{A_e\cdot w_e}{v_e}=\frac{A_u\cdot w_u}{v_u}$$

$$\frac{A_e}{A_u}=\left(\frac{d_e}{d_u}\right)^2=\frac{w_u}{w_e}\times\frac{v_e}{v_u}=\frac{80}{10}\times\frac{0.5}{0.14}=28,57$$

E quindi:

b) $\frac{d_e}{d_u}=\sqrt{\frac{A_e}{A_u}}=5,345$

Esercizio 4.12

Un contenitore rigido contiene aria messa in movimento da un agitatore a forma di ventola collegato all'esterno da un albero. L'albero trasferisce alla ventola un lavoro L=7000 kJ. Il sistema trasferisce calore Q=2500 kJ all'ambiente esterno attraverso il suo involucro.
Calcolare:
a) il lavoro di variazione di volume scambiato tra sistema e ambiente,
b) la variazione di energia interna.

Il primo principio della termodinamica per il sistema in questione può essere scritto:

$$Q_{1-2} = (U_2 - U_1) + L_{1-2}$$

Poiché il lavoro entra all'interno del contenitore sotto forma di calore, il lavoro di variazione del volume scambiato tra il sistema e l'ambiente è pari a zero L=0.
La variazione di calore vale:

a) $Q_{1-2} = Q_1 - Q_2 = 7000 - 2500 = 4500\ kJ$

La variazione di energia interna si calcola sostituendo i valori di calore e lavoro all'interno dell'equazione del primo principio:

b) $(U_2 - U_1) = Q_{1-2} - L_{1-2} = 4500 - 0 = 4500\ kJ$

Esercizio 4.13

In un impianto a vapore una portata stazionaria di 2 kg·s^{-1} di acqua sottoraffreddata entra nel generatore di vapore alle condizioni: h_e=900 kJ·kg^{-1} e w_e=4 m·s^{-1}. Al generatore di vapore l'acqua assorbe 2200 kJ·kg^{-1} di calore e diventa vapore surriscaldato che entra in turbina e ne esce alle condizioni: h_u=2520 kJ·kg^{-1} e w_u=30 m·s^{-1}. L'ingresso del generatore è a una quota superiore di 5 metri rispetto all'uscita dalla turbina. La potenza termica dispersa verso l'ambiente attraverso l'involucro del generatore di vapore e della turbina è pari a 25 kW.

Il primo principio della termodinamica per sistemi aperti in condizioni stazionarie e per unità di massa può essere scritto:

$$q = \Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h + l$$

$$q = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} = 2200 - \frac{25}{2} = 2187{,}5\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_c = \frac{w_u^2 - w_e^2}{2} = \frac{30^2 - 4^2}{2} = 0{,}442\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_p = g(z_u - z_e) = \frac{9{,}81 \cdot (0-5)}{1000} = -0{,}049\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta h = h_u - h_e = 2520 - 900 = 1620\ kJ\ kg^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$l = 2187{,}5 - 1620 - 0{,}442 + 0{,}049 = 567{,}11\ kJ\ kg^{-1}$$

Moltiplicando tale valore per la portata di fluido che attraversa la turbina si ottiene la potenza meccanica ceduta all'albero dalla turbina:

$$\dot{L} = l \cdot \dot{m} = 567{,}11 \cdot 2 = 1134.2\ kW$$

Esercizio 4.14

La bombola (1), contenente 0,25 m^3 di azoto a $T_{A,i}$=55 °C e $p_{A,i}$=8 bar, è collegata a una bombola (2) tramite una valvola mantenuta chiusa. Nella bombola (2) viene fatto il vuoto poi la valvola viene aperta e una parte dell'azoto fluisce dalla bombola (1) alla bombola (2) fino a che nella bombola (2) non si giunge a una temperatura T_B=20 °C e p_B=2 bar. A questo unto la valvola viene chiusa di nuovo e la nuova condizione della bombola A all'equilibrio è $T_{A,f}$=40 °C e $p_{A,f}$=5 bar.
Calcolare:
a) il volume della bombola 82),
b) il calore scambiato con l'esterno.
($c_{p,azoto}$=1,041 kJ·kg^{-1}·K^{-1}) (R_{azoto}=0,279 kJ·kg^{-1}·K^{-1})

Le masse finali e iniziali nelle due bombole si ricavano applicando l'equazione dei gas ideali:

$$m_{A,j} = \frac{p_{A,j} \cdot V}{R_{azoto} \cdot T_{A,j}} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 0,25}{0,279 \cdot 10^3 \cdot (273+55)} = 2,19\ kg$$

$$m_{A,f} = \frac{p_{A,f} \cdot V}{R_{azoto} \cdot T_{A,f}} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 0,25}{0,279 \cdot 10^3 \cdot (273+40)} = 1,43\ kg$$

$$m_{B,f} = m_{A,i} - m_{A,f} = 2,09 - 1,46 = 0,76\ kg$$

Da cui:

a) $$V_b = \frac{m_{B,f} \cdot R_{azoto} \cdot T_B}{P_B} = \frac{0,76 \cdot 0,279 \cdot 10^3 \cdot (273+20)}{2 \cdot 10^5} = 0,311\ m^3$$

Considerando il sistema formato dalle due bombole, il lavoro fatto dal sistema è zero poiché il volume è fisso.

Il calore scambiato con l'esterno si calcola applicando il primo principio per un sistema chiuso:

$$\dot{Q} = U_f - U_i = (m_{A,f} \cdot c_{v,azoto} \cdot T_{A,f} + m_{B,f} \cdot c_{v,azoto} \cdot T_{B,f}) - m_{A,j} \cdot c_{v,azoto} \cdot T_{A,j}$$

Con:

$$c_{v,azoto} = c_{p,azoto} - R_{azoto} = 1,041 - 0,279 = 0,744\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

b) $$\dot{Q} = (1,43 \cdot 0,744 \cdot 313 + 0,76 \cdot 0,744 \cdot 293) - 2,19 \cdot 0,744 \cdot 328 = -35,75\ kW$$

Esercizio 4.15

Quando un sistema passa dallo stato di equilibrio (1) allo stato di equilibrio (2) passando per lo stato A il sistema assorbe dall'ambiente calore Q_A=150 kJ e cede all'ambiente il lavoro L_A=50 kJ.
Calcolare:
a) quanto calore viene assorbito dal sistema nel percorso (1-B-2) se in questo caso il lavoro ceduto all'ambiente è L_B=30 kJ.
Quando il sistema ritorna da (2) a (1) lungo una trasformazione diversa dalle precedenti il lavoro trasferito dall'ambiente al sistema è L_C=-40 kJ.
Calcolare:
b) quanto calore viene trasferito tra ambiente e sistema.
Se U_1=0 kJ e U_B=70 kJ calcolare:
c) il calore assorbito nei processi (1-B) e (B-2).

Per il percorso 1-A-2 si può scrivere:

$$Q_{1-A-2} = (U_2 - U_1) + L_{1-A-2}$$
$$150 = (U_2 - U_1) + 50$$
$$(U_2 - U_1) = 100\ kJ$$

Per il percorso 1-B-2 invece si può scrivere:

a) $Q_{1-B-2} = (U_2 - U_1) + L_{1-B-2} = 100 + 30 = 130\ kJ$

Il primo principio per la curva di ritorno si può scrivere come:

b) $Q_{1-2} = (U_2 - U_1) + L_{1-2} = -100 + (40) = -60\ kJ$

Alle condizioni del punto c), il lavoro fatto per arrivare dal punto 1 al punto 2, passando per B, vale:

$$L_{1-B-2} = L_{1-B} + L_{B-2} = L_{1-2} = 30\ kJ$$

Con LB-2=0 poiché il volume rimane costante.
Il primo principio lungo il percorso 1-B si può scrivere:

c) $Q_{1-B} = (U_B - U_1) + L_{1-B} = (70 - 0) + 30 = 100\ kJ$

Il calore assorbito nel processo B-2 si calcola come differenza tra il calore totale assorbito dal processo e il calore assorbito dal processo 1-B:

$$Q_{B-2} = Q_{1-B-2} - Q_{1-B} = 130 - 100 = 30\ kJ$$

Esercizio 4.16

In una turbina entra una portata di 6000 $kg \cdot h^{-1}$ di vapore alle condizioni: w_e=3000 $m \cdot min^{-1}$, z_e=10 m, h_e=2900 $kJ \cdot kg^{-1}$. Il vapore esce alle condizioni w_u=5000 $m \cdot min^{-1}$, z_u=4 m, h_u=2200 $kJ \cdot kg^{-1}$. La potenza termica dispersa attraverso l'involucro della turbina è pari a 350 kW.
Calcolare: la potenza meccanica ceduta all'albero dalla turbina.

Il primo principio della termodinamica per sistemi aperti in condizioni stazionarie e per unità di massa può essere scritto:

$$q = \Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h + l$$

$$q = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} = \frac{350}{\left(\frac{6000}{3600}\right)} = 210 \; kJ \; kg^{-1}$$

$$\Delta e_c = \frac{w_u^2 - w_e^2}{2} = \frac{\left(\frac{5000}{60}\right)^2 - \left(\frac{3000}{60}\right)^2}{2 \cdot 1000} = 2{,}22 \; kJ \; kg^{-1}$$

$$\Delta e_p = g\left(z_u - z_e\right) = \frac{9{,}81 \cdot (4-10)}{1000} = -0{,}059 \; kJ \; kg^{-1}$$

$$\Delta h = h_u - h_e = 2200 - 2900 = -700 \; kJ \; kg^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$l = 210 - 2{,}22 - \left(-0{,}059\right) - \left(-700\right) = 487{,}8 \; kJ \; kg^{-1}$$

Moltiplicando tale valore per la portata di fluido che attraversa la turbina si ottiene la potenza meccanica ceduta all'albero dalla turbina:

$$\dot{L} = l \cdot \dot{m} = 487{,}8 \cdot \frac{6000}{3600} = 813 \; kW$$

Esercizio 4.17

Un sistema pistone-cilindro contiene un fluido che percorre un ciclo composto da quattro trasformazioni. Il calore complessivamente trasferito tra sistema e ambiente lungo un ciclo vale Q=-400 kJ. Il sistema percorre 4 cicli·s^{-1}.
Completare le caselle vuote nella tabella e calcolare:
a) il lavoro netto scambiato in [kW].

processo	**Q [kW]**	**L [kW]**	**ΔE[kW]**
1-2	0	70	-
2-3	800	0	-
3-4	-75	-	-1000
4-1	-	-	-

Per ciascuna trasformazione è possibile scrivere l'equazione:

$$Q = \Delta E + L$$

Trasformazione 1-2:

$$0 = \Delta E + 70$$
$$\Delta E = -70\ kW$$

Trasformazione 2-3:

$$800 = \Delta E + 0$$
$$\Delta E = 800\ kW$$

Trasformazione 3-4:

$$-75 = -1000 + L$$
$$L = 925\ kW$$

Trasformazione 4-1:

$$\sum_{ciclo} Q = \text{-}400\ kJ$$

Poiché il sistema completa 200 giri al minuto:

$$Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-1} = 0 + 800 - 75 + Q_{4-1} = \frac{-400 \cdot 200}{60} = -1333{,}33\ kW$$
$$Q_{4-1} = -1333{,}33 - 800 + 75 = -2058{,}33\ kW$$

Inoltre, poiché le trasformazioni formano un ciclo, si può affermare che l'integrale sul ciclo è pari a zero e così scrivere:

$$\Delta E_{1-2} + \Delta E_{2-3} + \Delta E_{3-4} + \Delta E_{4-1} = -70 + 800 - 1000 + \Delta E_{4-1} = 0$$
$$\Delta E_{4-1} = 270\ kW$$

Scrivendo il bilancio di energia per la trasformazione 4-1:

$$L_{4-1} = Q_{4-1} - \Delta E_{4-1} = 2058,33 - 270 = \text{-}2328,33\ kW$$

Poiché:

$$\sum_{ciclo} Q = \sum_{ciclo} L$$

Il lavoro netto scambiato, espresso in kW, vale -1333,33 kW.

Esercizio 4.18

Una pompa centrifuga elabora una portata di acqua pari a 50 kg·s^{-1}. Le pressioni di entrata e di uscita sono pari a p_e=1 bar, p_u=6 bar. L'aspirazione della pompa è a una quota di 2 m inferiore al centro della pompa e la mandata è a una quota superiore di 7 m dal centro della pompa. La tubazione di aspirazione ha un diametro d_e=10 cm e la tubazione di mandata ha un diametro d_u=6 cm.
Calcolare: la potenza meccanica che il motore elettrico deve assicurare alla pompa.

Il primo principio della termodinamica per sistemi aperti in condizioni stazionarie e per unità di massa può essere scritto:

$$q = \Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h + l$$

$$q = 0\ kJ\ kg^{-1}$$

$$w_e = \frac{\dot{m}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_e^2 \cdot \rho} = \frac{50}{\frac{3,14}{4} \cdot 0.1^2 \cdot 1000} = 6,37\ ms^{-1}$$

$$w_u = \frac{\dot{m}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_u^2 \cdot \rho} = \frac{50}{\frac{3,14}{4} \cdot 0.06^2 \cdot 1000} = 17,69\ ms^{-1}$$

$$\Delta e_c = \frac{w_u^2 - w_e^2}{2} = \frac{17,69^2 - 6,37^2}{2 \cdot 1000} = 0,136\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_p = g\left(z_u - z_e\right) = v\,\frac{9,81 \cdot (9-0)}{1000} = 0,088\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta h = \Delta u + \Delta\left(pv\right) = (u_u - u_e) + \left(\frac{p_u}{\rho} - \frac{p_e}{\rho}\right) = 0 + \frac{\left(6 \cdot 10^5 - 10^5\right)}{1000 \cdot 1000} = 0,5\ kJ\ kg^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$l = 0 - 0,136 - 0,088 - 0,5 = -0,724\ kJ\ kg^{-1}$$

Moltiplicando tale valore per la portata di fluido che attraversa la turbina si ottiene la potenza meccanica che deve assicurare il motore elettrico alla pompa:

$$\dot{L} = l \cdot \dot{m} = 0,724 \cdot 50 = 36,2\ kW$$

Esercizio 4.19

Un Sistema motore a vapore operante secondo un ciclo termodinamico trasferisce all'ambiente una potenza meccanica pari a 100 MW. Il calore fornito al sistema nel generatore di vapore è pari a Q_G=300'000 kJ·kg^{-1}. Il calore che il sistema ritorna all'ambiente nel condensatore è pari a Q_C=-250'000 kJ·kg^{-1}, mentre la pompa che riporta il vapore condensato al generatore di vapore assorbe una potenza meccanica pari a 500 kW.
Calcolare:
a) la portata di vapore che circola nel sistema.

Le variazioni di calore e lavoro sull'intero ciclo valgono:

$$\oint dQ = 300000 - 250000 = 50000\ kJ\ kg^{-1} = \left(5000 \cdot \dot{m}\right)\ kJ\ s^{-1}$$

$$\oint dL = 100000 - 500 = 99500\ kJ\ \ s^{-1}$$

Sapendo che:

$$\oint dQ = \oint dL$$

Allora:

a) $\dot{m} = \dfrac{99500}{50000} = 1{,}99\ kg\ s^{-1}$

Esercizio 4.20

Un sistema chiuso a volume costante subisce una trasformazione durante la quale la sua temperatura aumenta di 40 °C. Il calore fornito al sistema è Q=40 kJ. Nel sistema sono contenuti m=5 kg di una sostanza pura il cui calore specifico a volume costante è c_v=2,1 kJ·kg-1·K^{-1}.
Calcolare:
a) la variazione di energia interna,
b) il lavoro scambiato con l'ambiente (se il valore non è nullo spiegare come si concilia col fatto che il volume del sistema chiuso è costante).

La variazione di energia interna vale:

a) $\Delta U = m\int_{T_1}^{T_2} c_v dT = 5,0 \cdot \int_{T_1}^{T_2} 2.1 dT = 10,5 \cdot (T_2 - T_1) = 10,5 \cdot 40 = 420\ kJ$

Il lavoro scambiato con l'ambiente si può calcolare attraverso il primo principio della termodinamica:

$$Q = \Delta U + L$$

b) $L = Q - \Delta U = 40 - 420 = -380\ kJ$

Il valore non nullo del lavoro scambiato con l'ambiente indica che la trasformazione è irreversibile.

Esercizio 4.21

Un compressore d'aria elabora una portata di 1 kg·s^{-1} alle condizioni in entrata p_e= 1 bar, w_e =5 m·s^{-1}, v_e=0,85 m^3·kg^{-1} e la porta alle condizioni in uscita p_u=8 bar, w_u=4 m·s^{-1}, v_u=0,15 m^3·kg^{-1}. L'energia interna dell'aria in uscita è superiore di 100 kJ·kg^{-1} rispetto all'aria in entrata.
Il compressore è raffreddato con acqua che assorbe una potenza termica di 120 kW.
Calcolare:
a) la potenza meccanica assorbita dal compressore,
b) l'area trasversale dei condotti di ingresso e di uscita.

Il primo principio della termodinamica per sistemi aperti in condizioni stazionarie e per unità di massa può essere scritto:

$$q = \Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h + l$$

$$q = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} = \frac{120}{1} = 120 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$\Delta e_c = \frac{w_u^2 - w_e^2}{2} = \frac{4^2 - 5^2}{2 \cdot 1000} = 4,5 \cdot 10^{-3} \ kJ \ kg^{-1}$$

$$\Delta e_p = g\left(z_u - z_e\right) = 0 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$\Delta h = \Delta u + \Delta\left(pv\right) = (u_u - u_e) + \left(p_u v_u - p_e v_e\right) =$$

$$= \left(100 - 0\right) + \frac{\left(8 \cdot 10^5 \cdot 0,15 - 10^5 \cdot 0,85\right)}{1000} = 100 + 35 = 135 \ kJ \ kg^{-1}$$

Sostituendo i valori trovati:

$$l = \left(-120\right) - \left(-4,5 \cdot 10^{-3}\right) - 0 - 135 = -255 \ kJ \ kg^{-1}$$

Moltiplicando tale valore per la portata di fluido che attraversa la turbina si ottiene la potenza meccanica assorbita dal compressore:

a) $\dot{L} = l \cdot \dot{m} = \left(-255\right) \cdot 1,0 = -255 \ kW$

L'area di passaggio delle sezioni d'ingresso e d'uscita può essere calcolata con la seguente relazione:

$$\dot{m} = \frac{w_e \cdot A}{v}$$

Da cui:

b) $A_e = \dfrac{v_e \cdot \dot{m}}{w_e} = \dfrac{0,85 \cdot 1}{5} = 0,17 \ m^2$

$$A_u = \frac{v_u \cdot \dot{m}}{w_e} = \frac{0,15 \cdot 1}{4} = 0,0375 \ m^2$$

capitolo 5

Esercizio 5.1

Una potenza termica di 500 kW disponibile alla temperatura di 290 °C viene ceduta a una macchina termica che la converte in lavoro. La macchina termica rilascia all'ambiente esterno, alla temperatura di 8,5 °C, una potenza termica pari, in tre casi applicativi, a:

1) 300 kW
2) 250 kW
3) 200 kW

Utilizzando la diseguaglianza di Clausius valutare se il ciclo nei tre casi è reversibile, irreversibile o impossibile.

1) $\dot{Q}_{out} = 300\ kW$

$$\sum_{Ciclo} \frac{\delta Q}{T} = \frac{500}{290+273} - \frac{300}{8,5+273} = 0,8880 - 1,0657 = -0,1777\ kW\ K^{-1} < 0$$

Il ciclo è IRREVERSIBILE.

2) $\dot{Q}_{out} = 250\ kW$

$$\sum_{Ciclo} \frac{\delta Q}{T} = \frac{500}{290+273} - \frac{250}{8,5+273} = 0,8880 - 0,8880 = 0\ kW\ K^{-1}$$

Il ciclo è REVERSIBILE.

3) $\dot{Q}_{out} = 200\ kW$

$$\sum_{Ciclo} \frac{\delta Q}{T} = \frac{500}{290+273} - \frac{200}{8,5+273} = 0,8880 - 0,7104 = 0,1775\ kW\ K^{-1} > 0$$

Il ciclo è IMPOSSIBILE.

Esercizio 5.2

Una portata di aria viene compressa in un compressore che assorbe dall'ambiente 15 kW di potenza meccanica. Nel processo la temperatura dell'aria è mantenuta costante T_{aria}=35 °C mediante cessione di calore dal compressore all'ambiente esterno, il quale si trova alla temperatura $T_{ambiente}$=15 °C.
Ipotizzando che il processo sia ideale, cioè reversibile, determinare:
a) la variazione di entropia nell'unità di tempo dell'aria,
b) la variazione di entropia nell'unità di tempo dell'ambiente circostante,
c) se è verificato il 2° principio della Termodinamica.

Trattando l'aria come un gas ideale, allora h=h(T) e la potenza termica trasmessa durante il processo si determina applicando il primo principio per flusso stazionario:

$$\dot{Q}-\dot{L}=\dot{m}\cdot\left(\Delta h+\cancel{\Delta E_c}+\cancel{\Delta E_p}\right)$$

$$\dot{Q}-\dot{L}=\dot{m}\cdot c_p\cdot\cancel{\Delta T}$$

$$\dot{Q}-\dot{L}=-15\ kW$$

Quindi:

a) $\Delta\dot{S}_{sistema}=\dfrac{\dot{Q}_{sistema}}{T_{sistema}}=\dfrac{-15\ kW}{308\ K}=-0,0487\ kW\ K^{-1}$

La variazione di entropia nell'unità di tempo dell'ambiente circostante vale:

b) $\Delta\dot{S}_{ambiente}=\dfrac{\dot{Q}_{ambiente}}{T_{ambiente}}=\dfrac{+15\ kW}{288\ K}=0,0520\ kW\ K^{-1}$

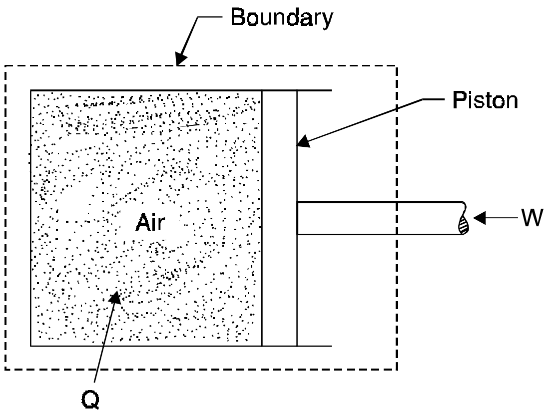
Inoltre, il principio dell'incremento dell'entropia è soddisfatto in quanto:

c) $\dot{S}_{generata}=\Delta\dot{S}_{sistema}+\Delta\dot{S}_{ambiente}=-0,0487\ kW\ K^{-1}+0,0520\ kW\ K^{-1}=0,0033\ kW\ K^{-1}>0$

capitolo 6

Esercizio 6.1

Dell'aria entra in un compressore, costituito da un sistema pistone-cilindro, a p_1=1 bar, T_1=20 °C e v_1=0,85 $m^{3}\cdot kg^{-1}$ e viene compressa isotermicamente fino a 8 bar.
Calcolare:
a) il lavoro scambiato con l'ambiente,
b) la variazione di energia interna,
c) il calore scambiato con l'ambiente.



$$q - l = u_2 - u_1$$

a) $l_{1-2} = \int_1^2 p dv = p_1 v_1 \log_e\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \frac{1\cdot 10^5 \cdot 0{,}85}{10^3}\cdot \log_e\left(\frac{1\cdot 10^5}{8\cdot 10^5}\right) = \text{-}176{,}7\ kJ\ kg^{-1}$

b) $T = cost \Rightarrow u_2 - u_1 = 0$

c) $q = u_2 - u_1 + l_{1-2} = 0 + (-176{,}7) = \text{-}176{,}7\ kJ\ kg^{-1}$

Esercizio 6.2

Una massa 1 kg di anidride carbonica viene compressa da p_1=1 bar e T_1=25 °C fino a p_2=8 bar quando il gas occupa un volume V_2=0,075 m^3.
Si consideri il gas a comportamento ideale e il c_p=0,88 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.
Calcolare la variazione di entropia.
(Considerare il processo come somma di una isobara e una isoterma)

Peso molecolare anidride carbonica M = 44.
Costante dei gas specifica:

$$R = \frac{R_0}{M} = \frac{8312}{44} = 188{,}9 \ N\ m\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

Si calcola T_2 usando la relazione:

$$p_2 V_2 = mRT_2$$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{mR} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 0{,}075}{1 \cdot 188{,}9} = 317{,}6\ K$$

La variazione di entropia specifica lungo l'isoterma è data da:

$$s_A - s_2 = R \cdot ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \frac{188{,}9}{1000} \cdot ln\left(\frac{8}{1}\right) = 0{,}392\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

La variazione di entropia specifica lungo l'isobara è data da:

$$s_A - s_1 = c_p \cdot ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 0{,}88 \cdot ln\left(\frac{317{,}6}{298{,}15}\right) = 0{,}055\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

Quindi la variazione di entropia specifica è data da:

$$s_1 - s_2 = (s_A - s_2) - (s_A - s_1) = 0{,}392 - 0{,}055 = 0{,}337\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

Quindi la variazione di entropia è data da:

$$S_1 - S_2 = m \cdot (s_1 - s_2) = 1 \cdot 0{,}337 = 0{,}337\ kJ\ K^{-1}$$

Esercizio 6.3

Un volume di 0,1 m^3 di azoto contenuto in un sistema cilindro-pistone è inizialmente a p_1=1 bar e T_1=25 °C. Il gas viene compresso isotermicamente e reversibilmente fino alla p_2=8 bar.
Calcolare:
a) la variazione di entropia,
b) il calore scambiato,
c) il lavoro scambiato.

La trasformazione è rappresentata nel diagramma p-v e nel diagramma T-s

$$R = \frac{R_0}{MassaMolecolare} = \frac{8312}{28} = 297\ N\ m\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

$$p_1V_1 = mRT_1 \Rightarrow m = \frac{p_1V_1}{RT_1} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 0,1}{297 \cdot 298} = 0,1129\ kg$$

a) $S_2 - S_1 = m \cdot R \cdot ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = 0,1129 \cdot \frac{297}{10^3} \cdot ln\left(\frac{1}{8}\right) = -0,0697\ kJ\ K^{-1}$

b) $Q_{1-2} = T\left(S_2 - S_1\right) = 298 \cdot \left(0,0697\right) = 20,77\ kJ$

c) $L_{1-2} = Q_{1-2} = 20,77\ kJ$

Esercizio 6.4

Una massa di 1 kg di aria racchiusa in un contenitore isolato viene lasciata espandere liberamente (a temperatura costante) fino a che il suo volume diventa $v_2=2v_1$.
Calcolare:
a) la variazione di entropia

a) $\Delta s = R \cdot ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = 287 \cdot ln(2) = 198{,}9\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$

Esercizio 6.5

Calcolare la variazione di entropia subita da 1 kg di aria che si espande in un sistema cilindro-pistone lungo una politropica di esponente n=1,2 da p_1=8 bar e T_1=700 °C fino a p_2=1 bar. (Considerare il processo come somma di una isoterma e una isobara)

Si calcola T_1 usando la relazione:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = 973 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1.2-1}{1.2}} = 688\ K$$

Si sostituisce la trasformazione da 1 a 2 con le trasformazioni da 1 a A e da A a 2.

$$s_A - s_1 = R \cdot ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = R \cdot ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\frac{188,9}{1000} = 0,287 \cdot ln\left(\frac{8}{1}\right) = 0,596\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

$$s_A - s_2 = c_p \cdot ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = 1,005 \cdot ln\left(\frac{973}{688}\right) = 0,3483\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

Quindi la variazione di entropia specifica è data da:

$$s_1 - s_2 = (s_A - s_2) - (s_A - s_1) = 0,596 - 0,3483 = 0,2476\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

Quindi la variazione di entropia è data da:

$$S_1 - S_2 = m \cdot (s_1 - s_2) = 1 \cdot 0,2476 = 0,2476\ kJ\ K^{-1}$$

Esercizio 6.6

Una massa di 1 kg di acqua a T_1=10 °C è messa in contatto con un SET_A a T_{SETA}=80 °C fino a che non raggiunge anch'essa la temperatura del SET.

Calcolare:

a) la variazione di entropia dell'acqua,

b) la variazione di entropia del SET_A,

c) la variazione di entropia dell'universo.

La stessa massa d'acqua è prima portata a 40 °C attraverso il contatto con un SET_B a T_{SETB}=40 °C e poi a 80 °C attraverso il contatto con il SET_A.

Calcolare:

d) la variazione di entropia dell'universo

La variazione di Entropia dell'acqua e data da:

$$\text{a)}\quad (\Delta s)_{acqua} = \int_1^2 \frac{mc}{T} dT = mc\, ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1 \cdot 4{,}187 \cdot ln\left(\frac{353}{283}\right) = 0{,}9254\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

La variazione di Entropia del SET_A è dato da:

$$\text{b)}\quad (\Delta s)_{SET_A} = -\frac{Q}{T} = \frac{1 \cdot 4{,}187 \cdot (353-283)}{353} = -0{,}830\ kJ\ K^{-1}$$

La variazione di Entropia dell'universo è data da:

$$\text{c)}\quad (\Delta s)_{universo} = (\Delta s)_{acqua} + (\Delta s)_{SET_A} = 0{,}9254 + (-0{,}830) = 0{,}0954\ kJ\ K^{-1}$$

La variazione di Entropia dell'acqua prima portata a 40 °C attraverso il contatto con un SET_B a T_{SETB}=40 °C e poi a 90 °C attraverso il contatto con il SET_A è data da:

$$(\Delta s)_{acqua} = \int_{273}^{313} \frac{mc}{T} dT + \int_{311}^{363} \frac{mc}{T} dT = 1 \cdot 4{,}187 \cdot \left(ln\frac{313}{283} + ln\frac{353}{313} \right) = 0{,}9211\ kJ\ kg^{-1}\ K^{-1}$$

La variazione di Entropia del SET_B è dato da:

$$(\Delta s)_{SET_B} = -\frac{Q}{T} = \frac{1 \cdot 4{,}187 \cdot (313-283)}{313} = -0{,}401\ kJ\ K^{-1}$$

La variazione di Entropia del SET_A è dato da:

$$(\Delta s)_{SET_A} = -\frac{Q}{T} = \frac{1 \cdot 4{,}187 \cdot (353-313)}{353} = -0{,}474\ kJ\ K^{-1}$$

La variazione di Entropia dell'universo è data da:

$$\text{d)}\quad (\Delta s)_{universo} = (\Delta s)_{acqua} + (\Delta s)_{SET_B} + (\Delta s)_{SET_A} = 0{,}9211 + (-0{,}401) + (-0{,}474) = 0{,}0461\ kJ\ K^{-1}$$

Esercizio 6.7

Una massa di 1 kg di aria, inizialmente a T_1=400 K e p_1=10 bar, espande lungo una politropica (n=1,25) in un sistema cilindro-pistone finché la pressione non si riduce a 2 bar.
Calcolare:
a) la temperatura e la pressione finali,
b) la variazione di energia interna e calore e lavoro scambiati,
c) la variazione di entropia.
(R=0,287 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, k=1,4)

$$p_1 v_1 = RT_1 \Rightarrow v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{\left(0,287 \cdot 10^3 \cdot 400\right)}{10 \cdot 10^5} = 0,1148\ m3\ kg^{-1}$$

a) $$p_1 v_1^{\,n} = p_2 v_2^{\,n} \Rightarrow v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}} = 0,1148 \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^{\frac{1}{1.25}} = 0,4160\ m3\ kg^{-1}$$

$$p_2 v_2 = RT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{\left(2 \cdot 10^5\right) \cdot 0,4160}{287} = 289,9\ K$$

b) $$u_2 - u_1 = c_v\left(T_2 - T_1\right) \Rightarrow \frac{R}{\gamma - 1}\left(T_2 - T_1\right) = \frac{0,287}{1,4-1}\left(289,9 - 400\right) = -79\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n-1} = \frac{R\left(T_1 - T_2\right)}{n-1} = \frac{0,287\left(289,9 - 400\right)}{1,25-1} = 126,4\ kJ\ kg^{-1}$$

$$q_{1-2} = \left(u_2 - u_1\right) + l_{1-2} = -79 + 126,4 = 47,4\ kJ\ kg^{-1}$$

c) $$s_2 - s_1 = c_v \ln\frac{T_2}{T_1} + R \ln\frac{v_2}{v_1} = \frac{0,287}{1,4-1} \ln\left(\frac{289,9}{400}\right) + 0,287 \ln\left(\frac{0,4160}{0,1148}\right) = 0,14\ kJ\ K^{-1} kg^{-1}$$

Esercizio 6.8

Un gas, con c_p=1,2 kJ·kg^{-1}·K^{-1}, viene espanso lungo una adiabatica reversibile (1-2) da v_1=0,07 m3·kg^{-1} e T_1=600 K fino a v_2=0,20 m3·kg^{-1}. La diminuzione di temperatura risulta pari a 180 K. Se si ripete l'espansione con un processo (1-3) adiabatico ma irreversibile il ΔT risulta pari a 30 °C.
Calcolare: la variazione di entropia nei due processi.
(il processo 1-3 può essere pensato come costituito da un adiabatica reversibile e una isocora reversibile).

Variazione di entropia:
Percorso 1-2: processo Adiabatico Reversibile

$$s_2 - s_1 = 0$$

Percorso 1-3:

$$s_3 - s_1 = (s_3 - s_2) + (s_2 - s_1) = (s_3 - s_2) - 0$$

$$(s_3 - s_2) = 1,2\, ln\left(\frac{600-30}{600-180}\right) = 0,3664 \text{ kJ kg}^{-1}K^{-1}$$

capitolo 7

Esercizio 7.1

Un frigorifero domestico con COP=3,5 assorbe una potenza meccanica di 0,40 kW mentre raffredda 5 kg di frutta da 22 °C a 4 °C.
Calcolare il tempo necessario.
Considerare il calore specifico della frutta pari a quello dell'acqua c=4,2 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

L'ammontare del calore necessario da rimuovere dalle angurie vale:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 5 \cdot 4,2 \cdot (22-4) = 378\ kJ$$

La potenza termica alla quale questo frigorifero rimuoverà calore è:

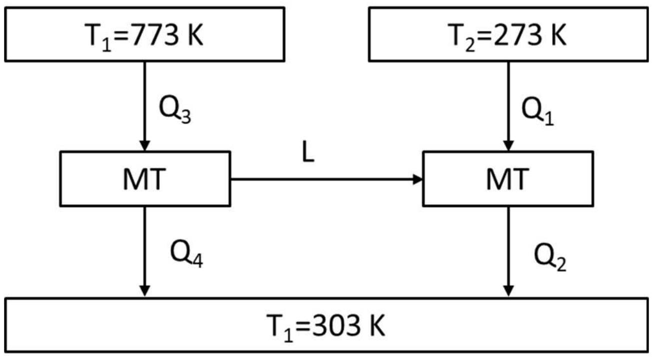
$$\dot{Q} = COP \cdot \dot{L} = 3,5 \cdot 0,4 = 1,4\ kW$$

Il tempo richiesto per asportare tutto il calore delle angurie è:

$$\Delta T = \frac{Q}{\dot{Q}} = \frac{378}{1,4} = 270\ s = 4,5\ min$$

Esercizio 7.2

Una macchina per la produzione di ghiaccio operante secondo un ciclo di Carnot inverso produce 20 kg di ghiaccio al giorno. Il ghiaccio viene prodotto partendo da acqua a 0 °C e poi mantenuto alla stessa temperatura. Il calore di scarto della macchina frigorifera viene ceduto a un SET a 30 °C. Il frigorifero è azionato da una macchina di Carnot che assorbe calore da un SET mantenuto a 500 °C attraverso la combustione di un combustibile il cui potere calorifico è pari a 45000 $kJ\cdot kg^{-1}$. La macchina di Carnot cede calore all'ambiente a 30 °C.
Calcolare:
a) la potenza meccanica sviluppata dal motore di Carnot,
b) la portata di combustibile necessaria.



Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali operano le macchine termiche sono:

$$T_1 = 30 + 273 = 303\ K$$
$$T_2 = 0 + 273 = 273\ K$$
$$T_3 = 500 + 273 = 773\ K$$

La quantità di calore rimossa dal frigorifero vale:

$$Q_1 = \frac{m \cdot 1000 \cdot \lambda_{acqua}}{24 \cdot 3600} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 334{,}5}{24 \cdot 3600} = 77{,}43\ kW$$

Il coefficiente di prestazione invece vale:

$$C.O.P. = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{273}{303 - 273} = 9{,}1$$

Da cui possiamo ricavare la potenza meccanica da fornire al frigorifero e che deve essere sviluppata dal motore di Carnot:

a) $$\dot{L} = \frac{\dot{Q}}{C.O.P.} = \frac{77{,}43}{9{,}1} = 8{,}51\ kW$$

L'efficienza del motore di Carnot risulterà:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{303}{773} = 0{,}61$$

Da cui si ricava il calore da fornire alla macchina termica:

$$\dot{Q}_3 = \frac{\dot{L}}{\eta_{Carnot}} = \frac{8,51}{0,61} = 14\ kW$$

La portata di combustibile necessaria si ottiene dividendo il calore appena trovato con il potere calorifico del combustibile:

b) $$\dot{m}_{comb} = \frac{Q_3}{P.C.I.} = \frac{14 \cdot 3600}{45000} = 1,12\ kg\ h^{-1}$$

Esercizio 7.3

Una macchina termica riceve una potenza termica di 3000 kJ·min^{-1} e cede all'ambiente una potenza meccanica pari a 18 kW.
Calcolare:
a) il rendimento,
b) la potenza termica ceduta a bassa temperatura.

Il rendimento di una macchina termica è calcolato come rapporto tra effetto utile (potenza meccanica ceduta) e la potenza in ingresso:

a) $$\eta_T = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}_1} = \frac{18}{\frac{3000}{60}} = 0,36$$

La potenza termica ceduta a bassa temperatura è calcolata attraverso il bilancio energetico fatto sulla macchina termica:

b) $$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 - \dot{L} = \frac{3000}{60} - 18 = 32 \ kJ \ s^{-1}$$

Esercizio 7.4

Una pompa di calore viene utilizzata per mantenere la temperatura interna di un edificio a 20 °C quando la temperatura esterna è -10 °C.
Se la potenza termica da fornire all'edifico da parte della pompa di calore è pari a 30 kW calcolare:
a) qual è la potenza meccanica minima necessaria per azionare la pompa di calore,
b) qual è la potenza meccanica necessaria per azionare la pompa di calore se questa è caratterizzata da un COP di secondo principio pari a 0,6.

Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali opera la pompa di calore sono:

$$T_1 = 20 + 273 = 293\ K$$

$$T_2 = -10 + 273 = 263\ K$$

Per mantenere una casa alla temperatura di 20 °C, la pompa di calore deve fornire tanta energia termica quanta ne perde la casa, cioè 30kW.
La potenza richiesta sarà quella minima se si pensa di utilizzare una pompa di calore reversibile. Il coefficiente di prestazione vale:

$$C.O.P._{PdC,rev} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{293}{293 - 263} = 9,77$$

La potenza meccanica della pompa di calore reversibile, dalla definizione del COP è:

a) $$\dot{L} = \frac{\dot{Q}}{C.O.P._{PdC,rev}} = \frac{30}{9,77} = 3,07\ kW$$

Se la pompa di calore ha un COP di secondo principio pari a 0,6, allora il COP effettivo vale:

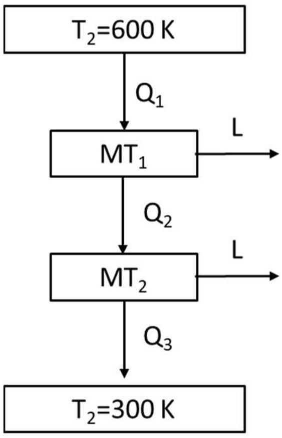
$$C.O.P._{PdC} = \psi \cdot C.O.P._{PdC,rev} = 0,6 \cdot 9,77 = 5,86$$

La potenza meccanica della pompa di calore è:

b) $$\dot{L} = \frac{\dot{Q}}{C.O.P._{PdC}} = \frac{30}{5,86} = 5,12\ kW$$

Esercizio 7.5

Due macchine termiche di Carnot operano in serie tra due SET a 600 K e 300 K. Se le due macchine sviluppano la stessa potenza meccanica calcolare la temperatura intermedia.



Il rendimento delle due macchine termiche è dato da:

$$\eta_1 = \frac{L}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{L}{Q_2 - L}$$

$$\eta_2 = \frac{L}{Q_2} = \frac{T_2 - T_3}{T_2} = \frac{L}{Q_3 - L}$$

Dalla elaborazione della prima equazione si ottiene:

$$L = \left(Q_2 + L\right)\frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$L = \left[1 - \frac{T_1 - T_2}{T_1}\right] = Q_2\left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right)$$

$$L\frac{T_2}{T_1} = Q_2\left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right)$$

$$L = Q_2\left(\frac{T_1 - T_2}{T_2}\right)$$

Analogamente dalla seconda equazione si ottiene:

$$L = Q_2\left(\frac{T_2 - T_3}{T_2}\right)$$

Dal confronto delle ultime due equazioni si può dunque scrivere:

$$T_1 - T_2 = T_2 - T_3$$

$$2T_2 = T_1 + T_3$$

$$T_2 = \frac{T_1 + T_3}{2} = \frac{600 + 300}{2} = 450\ K$$

Esercizio 7.6

Una macchina inversa asporta una potenza termica di 2000 $kJ \cdot h^{-1}$ con una spesa di potenza meccanica di 1,3 kW.
Calcolare:
a) il COP,
b) la potenza termica ceduta all'ambiente esterno.

Il coefficiente di prestazione di una macchina inversa è calcolato come il rapporto tra il calore assorbito a bassa temperatura e la potenza meccanica necessaria al funzionamento della macchina stessa:

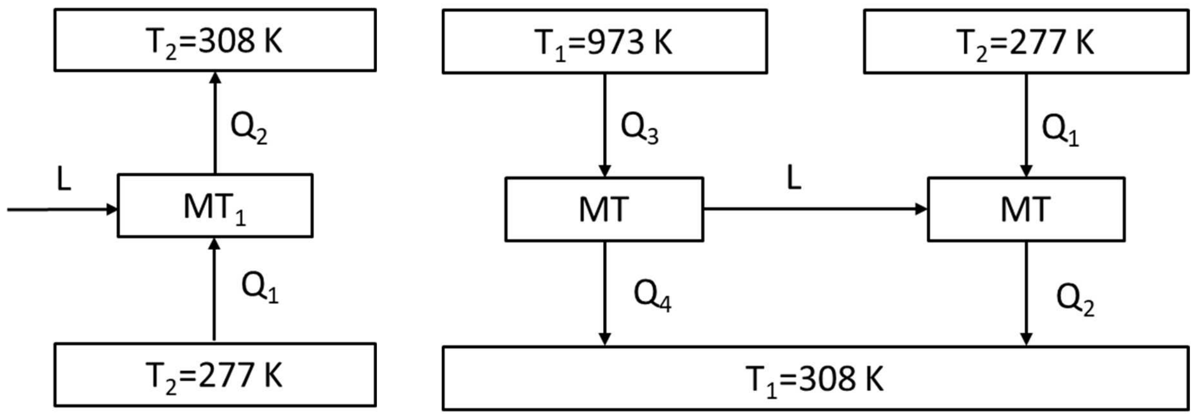
a) $$C.O.P. = \frac{\dot{Q}_2}{\dot{L}} = \frac{\frac{20000}{3600}}{1,3} = 4,27$$

La potenza termica ceduta all'ambiente esterno è calcolata attraverso il bilancio energetico fatto sulla macchina inversa:

b) $$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 + \dot{L} = \frac{20000}{3600} + 1,3 = 6,86\ kW$$

Esercizio 7.7

Una macchina frigorifera reversibile è utilizzata per mantenere un ambiente a 4 °C quando l'ambiente esterno si trova a 35 °C. la potenza termica asportata dal frigorifero è pari a 30 kW. Calcolare:
a) il COP della macchina frigorifera,
b) la potenza meccanica da fornire al frigorifero.
Se la potenza meccanica dell'esempio è fornita da una macchina termica reversibile operante tra due SET a 700 °C e 35 °C, calcolare:
c) il COP complessivo del sistema, inteso come rapporto tra il calore ceduto alla macchina termica e il calore asportato dalla macchina frigorifera.



Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali operano le macchine termiche sono:

$$T_1 = 35 + 273 = 308\ K$$

$$T_2 = 4 + 273 = 277\ K$$

$$T_3 = 700 + 273 = 973\ K$$

Il massimo coefficiente di prestazione della macchina frigorifera vale:

a) $$C.O.P._{max} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{308}{308 - 277} = 9{,}93$$

Il coefficiente di prestazione invece vale:

$$C.O.P. = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{277}{308 - 277} = 8{,}93$$

Da cui possiamo ricavare la potenza meccanica da fornire al frigorifero:

b) $$\dot{L} = \frac{\dot{Q}_1}{C.O.P.} = \frac{30}{8{,}93} = 3{,}36\ kW$$

Il calore ceduto all'ambiente si calcola applicando il primo principio alla macchina frigorifera:

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 + \dot{L} = 30 + 3{,}36 = 33{,}36\ kW$$

Per una macchina reversibile si può scrivere:

$$\frac{\dot{Q}_3}{T_3} = \frac{\dot{Q}_4}{T_1}$$

con:

$$\dot{Q}_3 = \dot{Q}_4 + \dot{L}$$

Quindi:

$$\dot{Q}_4 = \frac{\dot{L} \cdot T_1}{T_3 - T_1} = \frac{3,36 \cdot 308}{973 - 308} = 1,56\ kW$$

$$\dot{Q}_3 = 1,56 + 3,36 = 4,92\ kW$$

Il coefficiente di prestazione dell'intero sistema vale:

c) $C.O.P = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{Q}_3} = \frac{30}{4,92} = 6,1$

Esercizio 7.8

Una macchina termica con una potenza utile di 80 kW ha un rendimento termico del 33%. Calcolare la portata di combustibile consumato dalla macchina termica se il combustibile utilizzato ha un potere calorifico di 40000 $kJ \cdot kg^{-1}$.

La potenza termica richiesta per produrre una potenza meccanica di 50kW si determina ricorrendo alla definizione di rendimento termico:

$$\dot{Q} = \frac{\dot{L}}{\eta} = \frac{80}{0,33} = 242,42\ kW$$

Per fornire questa potenza termica, la portata di combustibile necessaria è di:

$$\dot{m}_{comb} = \frac{\dot{Q}}{P.C.I.} = \frac{242,42}{40000} = 0,0061\ kg\ s^{-1}$$

Esercizio 7.9

Una macchina termica opera secondo un ciclo termodinamico tra le temperature di 1200 °C e 25 °C.
Qual è la potenza termica minima restituita a bassa temperatura quando la macchina cede all'esterno 1 kW di potenza meccanica?

Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali opera la macchina termica sono:

$$T_1 = 1200 + 273 = 1473\ K$$

$$T_2 = 25 + 273 = 298\ K$$

La potenza minima restituita a bassa temperatura si ottiene per una macchina termica reversibile:

$$\eta_{max} = \eta_{rev} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{298}{1473} = 0{,}798$$

Il rendimento può anche essere calcolato come rapporto tra l'effetto utile e la potenza termica fornita:

$$\eta_{max} = \frac{\dot{L}}{\dot{Q}}$$

Da cui:

$$\dot{Q}_1 = \frac{\dot{L}}{\eta_{max}} = \frac{1}{0{,}798} = 1{,}253\ kW$$

La potenza termica restituita a bassa temperatura si trova applicando il primo principio alla macchina termica:

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 - \dot{L} = 1{,}253 - 1 = 0{,}253\ kW$$

Esercizio 7.10

Un refrigeratore mantiene una temperatura di -18 °C in presenza di una temperatura dell'ambiente esterno di 32 °C. Le rientrate di calore dalle pareti del frigorifero sono pari a 1,5 kW. Calcolare la potenza meccanica minima necessaria a mantenere nel refrigeratore la temperatura desiderata.

La temperatura all'interno del frigorifero è di:

$$T_2 = -18 + 273 = 255\ K$$

La temperatura ambiente invece si trova a:

$$T_1 = 32 + 273 = 305\ K$$

Se la temperatura interna del frigorifero è costante, vi è un bilanciamento tra il calore in uscita e in entrata:

$$\frac{\dot{Q}_1}{T_1} = \frac{\dot{Q}_2}{T_2}$$

Dalla relazione precedente possiamo calcolare il calore in uscita dal frigorifero:

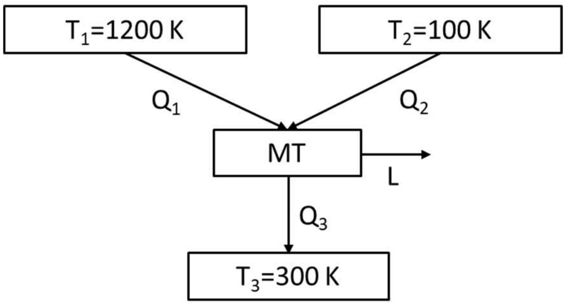
$$\dot{Q}_1 = \frac{\dot{Q}_2}{T_2} \cdot T_1 = \frac{1,5}{255} \cdot 305 = 1,79\ kW$$

La potenza meccanica minima necessaria a mantenere la temperatura desiderata nel refrigeratore è:

$$\dot{L} = \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 = 1,79 - 1,5 = 0,29\ kW$$

Esercizio 7.11

Una macchina termica reversibile assorbe calore da due SET a 1200 K e 1000 K e rigetta il calore residuo a un SET a 300 K. La potenza meccanica sviluppata è pari a 80 kW e la potenza termica ceduta a bassa temperatura è pari a 25 kW.
Calcolare:
a) il calore assorbito dai due SET,
b) il rendimento della macchina termica.



La potenza termica assorbita dai due SET si calcola applicando il primo principio alla macchina termica:

$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = \dot{L} + \dot{Q}_3 = 80 + 125 = 105 \ kW$$

La quota di calore assorbita dipende dalle temperature alle quali si trovano i due SET:

$$\frac{\dot{Q}_1}{T_1} = \frac{\dot{Q}_2}{T_2}$$

Da cui:

$$\dot{Q}_1 = \frac{T_1}{T_2} \cdot \dot{Q}_2 = \frac{1200}{1000} \cdot \dot{Q}_2 = 1{,}2\dot{Q}_2$$

Sottraendo quest'ultima relazione nella prima equazione:

$$1{,}2\dot{Q}_2 + \dot{Q}_2 = 2{,}2\dot{Q}_2 = 105 \ kW$$

Da cui il calore assorbito dai due SET vale:

a) $\dot{Q}_2 = \dfrac{105}{2{,}2} = 47{,}73 \ kW$

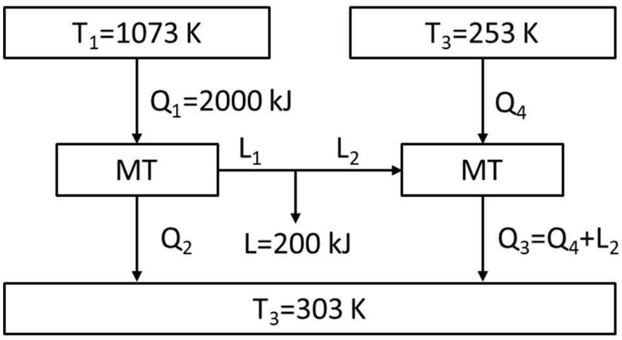
$\dot{Q}_1 = 1{,}2\dot{Q}_2 = 1{,}2 \cdot 47{,}73 = 57{,}27 \ kW$

Il rendimento della macchina termica è:

b) $\eta = \dfrac{\dot{L}}{\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2} = \dfrac{80}{105} = 0{,}76$

Esercizio 7.12

L'energia meccanica convertita da una macchina termica reversibile operante tra due SET alla temperatura di 800 °C e 30 °C viene utilizzata da una macchina frigorifera reversibile operante tra due SET a 30 °C e -20 °C.
Il calore assorbito dalla macchina termica è pari a 2000 kJ e il lavoro netto ceduto dalla macchina termica all'ambiente a valle della quota necessaria per il refrigeratore è pari a 200 kJ.
Calcolare:
a) il calore sottratto dal refrigeratore al SET a -20 °C,
b) il calore totale ceduto al SET a 30 °C,
c) il calore sottratto dal refrigeratore al SET a -20 °C se le due macchine operassero con un rendimento di secondo principio pari a 0,55.



Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali operano le macchine termiche sono:

$$T_1 = 800 + 273 = 1073\ K$$
$$T_2 = 30 + 273 = 303\ K$$
$$T_3 = -20 + 273 = 253\ K$$

Il massimo rendimento della macchina termica vale:

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{303}{1073} = 0{,}718$$

Il lavoro meccanico ceduto dalla macchina termica si calcola come prodotto tra il calore fornito e il rendimento di Carnot:

$$L_1 = Q_1 \cdot \eta_{max} = 2000 \cdot 0{,}718 = 1436\ kJ$$

Il massimo coefficiente di prestazione della macchina frigorifera vale:

$$C.O.P._{max} = \frac{T_3}{T_2 - T_3} = \frac{253}{303 - 253} = 5{,}06$$

In base a tali valori è possibile il calore sottratto dal refrigeratore al SET a -20 °C e il calore totale ceduto al SET a 50 °C:

$$L_2 = L_1 - L = 1436 - 200 = 1236\ kJ$$

a) $Q_4 = L_2 \cdot C.O.P._{max} = 1236 \cdot 5{,}06 = 6254\ kJ$

$$Q_3 = Q_4 + L_2 = 6245 + 1236 = 7490\ kJ$$
$$Q_2 = Q_1 - L_1 = 2000 - 1436 = 546\ kJ$$

b) $Q_2 + Q_3 = 546 + 7490 = 8054\ kJ$

Se le due macchine operassero con un rendimento di secondo principio pari a 0,55, il rendimento della macchina termica diventerebbe:

$$\eta = 0,55 \cdot \eta_{max} = 0,55 \cdot 0,718 = 0,395$$

Da cui:

$$L_1 = Q_1 \cdot \eta = 2000 \cdot 0,395 = 709\ kJ$$

$$L_2 = L_1 - L = 790 - 200 = 590\ kJ$$

Il nuovo coefficiente di prestazione della macchina frigorifera vale:

$$C.O.P. = 0,55 \cdot C.O.P._{max} = 0,55 \cdot 5,06 = 2,783$$

Da cui:

c) $Q_4 = L_2 \cdot C.O.P. = 590 \cdot 2,783 = 1642\ kJ$

$$Q_3 = Q_4 + L_2 = 1642 + 590 = 2232\ kJ$$
$$Q_2 = Q_1 - L_1 = 2000 - 790 = 1210\ kJ$$

$$Q_2 + Q_3 = 1210 + 2232 = 3442\ kJ$$

Esercizio 7.13

Per riscaldare un edificio in inverno occorre una potenza termica di 250000 $kJ{\cdot}h^{-1}$. Allo scopo viene utilizzata una pompa di calore che sfrutta l'aria dell'ambiente esterno come sorgente di calore e assorbe una potenza meccanica pari a 45000 $kJ{\cdot}h^{-1}$.
Calcolare:
a) la potenza termica sottratta all'ambiente esterno,
b) il COP.

Applicando il primo principio alla pompa di calore si ottiene:

$$\dot{Q}_1 = \dot{L} + \dot{Q}_2$$

Da cui è possibile calcolare la potenza termica sottratta all'ambiente esterno:

a) $\dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 - \dot{L} = 250000 - 45000 = 205000\ kJ\ h^{-1}$

Il coefficiente di prestazione è calcolato come rapporto tra l'effetto utile e la potenza disponibile alla macchina:

b) $C.O.P. = \dfrac{\dot{Q}_1}{\dot{L}} = \dfrac{250000}{45000} = 5{,}56$

Esercizio 7.14

Una macchina termica operante secondo un ciclo di Carnot ha a disposizione due sorgenti di calore. La sorgente di calore (a) è in grado di fornire alla macchina termica 20000 $kJ \cdot min^{-1}$ a 350 °C. La sorgente (b) è in grado di fornire 180000 $kJ \cdot min^{-1}$ a 75 °C.
Se la temperatura dell'ambiente esterno è 30 °C, quale delle due sorgenti permette alla macchina termica di cedere all'ambiente la potenza meccanica più grande?

Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali opera la macchina termica sono:

$$T_1 = 350 + 273 = 623\ K$$

$$T_2 = 75 + 273 = 348\ K$$

$$T_3 = 30 + 273 = 303\ K$$

Esaminiamo i due casi "a" e "b" in cui la sorgente si trova a differenti temperature. Calcoliamo per entrambe i casi il rendimento di Carnot:

$$\eta_{Carnot,a} = 1 - \frac{T_2}{T_{1,a}} = 1 - \frac{303}{623} = 0,514$$

$$\eta_{Carnot,b} = 1 - \frac{T_2}{T_{1,b}} = 1 - \frac{303}{348} = 0,129$$

La potenza meccanica ceduta all'ambiente si calcola come prodotto tra il calore fornito e il rendimento di Carnot:

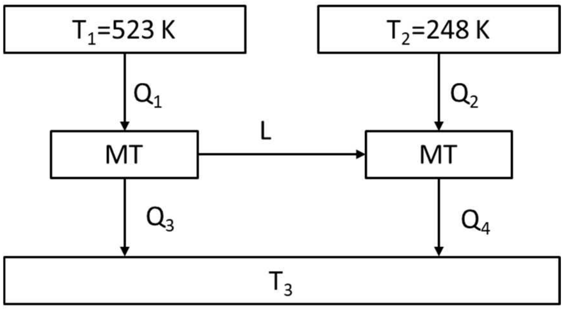
$$\dot{L}_a = \dot{Q}_{1,a} \cdot \eta_{Carnot,a} = \frac{20000}{60} \cdot 0,514 = 171,3\ kW$$

$$\dot{L}_b = \dot{Q}_{1,b} \cdot \eta_{Carnot.b} = \frac{180000}{60} \cdot 0,129 = 387\ kW$$

La sorgente che permette alla macchina termica di cedere all'ambiente la potenza meccanica più grande è la "b".

Esercizio 7.15

Una macchina termica di Carnot assorbe calore da un SET a 250 °C e lo converte in lavoro che viene utilizzato per azionare una macchina frigorifera di Carnot che assorbe calore da un SET a -25 °C.
Calcolare:
a) la temperatura alla quale sia la macchina diretta che la macchina inversa cedono il calore di scarto nel caso che il calore assorbito a 250 °C dalla macchina termica è uguale al calore assorbito dalla macchina frigorifera a -25 °C,
b) il COP della macchina frigorifera.



Il rendimento della macchina di Carnot è:

$$\eta_{Carnot} = \frac{T_3 - T_1}{T_1} = \frac{L}{Q_1}$$

Da cui il lavoro prodotto dalla macchina termica è:

$$L = Q_1\left(\frac{T_3 - T_1}{T_1}\right)$$

In maniera analoga è calcolato il coefficiente di prestazione della macchina frigorifera:

$$C.O.P. = \frac{T_2}{T_3 - T_2} = \frac{Q_2}{L}$$

Da cui il lavoro utilizzato per azionare la macchina frigorifera è:

$$L = Q_2\left(\frac{T_2}{T_3 - T_2}\right)$$

Eguagliando le equazioni dei due lavori si ottiene la temperatura alla quale le macchine scartano calore:

$$Q_1\left(\frac{T_3-T_1}{T_1}\right)=Q_2\left(\frac{T_2}{T_3-T_2}\right)$$

$$\frac{Q_2}{Q_1}=1-\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\left(\frac{T_1-T_3}{T_3-T_2}\right)$$

$$\frac{Q_2}{Q_1}=1=\frac{248}{523}\left(\frac{523-T_3}{T_3-248}\right)$$

$$523-T_3=2,1\left(T_3-248\right)$$

$$3,1T_3=1043,8$$

a) $T_3=336,7\ K$

Il coefficiente di prestazione della macchina frigorifera vale:

b) $C.O.P.=\dfrac{248}{336,7-248}=2,8$

Esercizio 7.16

Qual è il rendimento massimo teoreticamente ottenibile con una macchina termica operante tra 2000 °C e 20 °C?

Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali lavora la macchina termica sono:

$$T_1 = 2000 + 273 = 2273\ K$$

$$T_2 = 20 + 273 = 293K$$

Il rendimento massimo ottenibile dalla macchina termica corrisponde al rendimento di Carnot tra le due temperature di lavoro:

$$\eta = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{293}{2273} = 0,871$$

Esercizio 7.17

Una macchina frigorifera di Carnot cede calore a un SET a 300 K e il suo COP è pari a 5. Calcolare:
a) a che temperatura si trova il SET da cui la macchina assorbe calore

Per una macchina frigorifera di Carnot il coefficiente di prestazione è:

$$C.O.P._{rev} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = 5$$

Da cui possiamo calcolare la temperatura del SET da cui la macchina assorbe calore:

$$5T_1 - 5T_2 = T_2$$

$$6T_2 = 5T_1$$

a) $T_2 = \frac{5}{6} T_1 = 250\ K$

Esercizio 7.18

Un ciclo di Carnot opera tra le temperature di 300 °C e 15 °C ricevendo una quantità di calore ad alta temperatura pari a 100 kJ.
Calcolare:
a) il rendimento del sistema,
b) il lavoro ceduto all'ambiente esterno,
c) il calore ceduto a bassa temperatura.

Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali lavora il ciclo di Carnot sono:

$$T_1 = 300 + 273 = 573\ K$$

$$T_2 = 15 + 273 = 288K$$

Il rendimento di Carnot vale:

a) $\eta = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{288}{573} = 0,497$

Il lavoro ceduto all'ambiente esterno è calcolato come prodotto tra il rendimento di Carnot e il calore in ingresso nel ciclo:

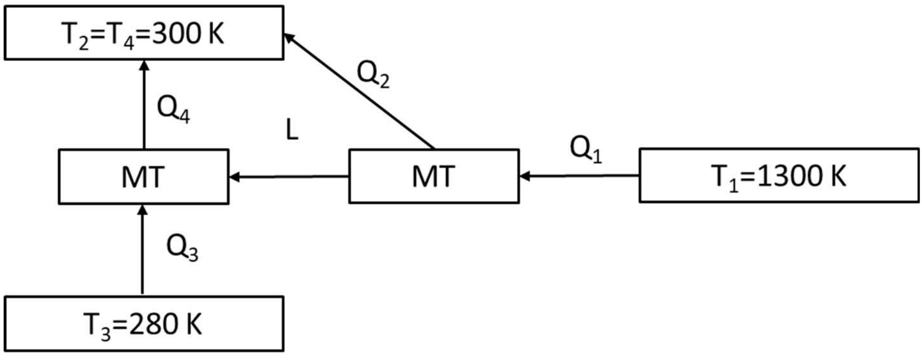
b) $L = \eta_{Carnot} \cdot Q_1 = 0,497 \cdot 100 = 49,70\ kJ$

Il calore ceduto a bassa temperatura si calcola applicando il primo principio al Ciclo:

c) $Q_2 = Q_1 - L = 100 - 49,70 = 50,30\ kJ$

Esercizio 7.19

Una macchina frigorifera di Carnot assorbe calore da un SET mantenuto a 280 K e lo cede a un SET a 300 K. La macchina frigorifera è azionata da una macchina termica reversibile operante tra due SET a 1300 K e 300 K.
Calcolare l'energia termica assorbita dal SET a 1300 K quando il calore riversato complessivamente dalle due macchine al SET a 300 K è pari a 500 kJ.



Il rendimento della macchina termica reversibile è:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Il coefficiente di prestazione della macchina frigorifera reversibile è:

$$C.O.P. = \frac{Q_4}{Q_4 - Q_3} = \frac{T_4}{T_4 - T_3}$$

La macchina frigorifera è alimentata dalla macchina termica quindi è possibile scrivere:

$$Q_1 - Q_2 = Q_4 - Q_3$$

$$\frac{Q_1}{T_1}(T_1 - T_2) = \frac{Q_4}{T_4}(T_4 - T_3)$$

$$\frac{Q_1}{Q_4} = \frac{T_1}{T_4}\left(\frac{T_4 - T_3}{T_1 - T_2}\right) = \frac{1300}{300}\left(\frac{300 - 280}{1300 - 300}\right) = 0,087$$

$$Q_4 = \frac{Q_1}{0,087} = 11,49 Q_1$$

Poiché si ha:

$$Q_2 \frac{T_2}{T_1} \cdot Q_1 = \frac{300}{1300} Q_1 = 0,23 Q_1$$

Combinando le ultime due equazioni è possibile calcolare l'energia termica assorbita dal SET caldo:

$$Q_4 + Q_2 = \left(11,49 + 0,23\right) Q_1 = 500\ kJ$$

$$Q_1 = \frac{500}{11,49 + 0,23} = 42,66\ kJ$$

Esercizio 7.20

Un inventore dichiara che il motore di sua invenzione è capace di sviluppare una potenza meccanica di 100 kW operando tra le temperature di 800 °C e 20 °C e consumando in un'ora 5 kg di un combustibile il cui potere calorifico è 75000 $kJ \cdot kg^{-1}$.
Valutare se la dichiarazione dell'inventore può essere vera o no.

Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali lavora l'invenzione oggetto dello studio sono:

$$T_1 = 800 + 273 = 1073\ K$$
$$T_2 = 20 + 273 = 293K$$

Il rendimento di Carnot vale:

$$\eta = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{293}{1073} = 0,727$$

Il rendimento termico dichiarato dall'inventore è pari al rapporto tra il lavoro fatto e il calore fornito:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{100 \cdot 1000 \cdot 3600}{5 \cdot 75000 \cdot 1000} = 0,96$$

Poiché si ottiene $\eta > \eta_{Carnot}$ la dichiarazione dell'inventore non può essere vera.

Esercizio 7.21

Un impianto industriale per la surgelazione di derrate alimentari richiede una potenza frigorifera di 10000 kJ·min^{-1}. La temperatura di surgelazione è -35 °C con una temperatura dell'ambiente eterno di 30 °C. Se l'impianto opera con una efficienza di secondo principio pari al 45% qual è la potenza meccanica necessaria?

Le temperature (espresse in Kelvin) tra le quali opera l'impianto di surgelazione sono:

$$T_1 = 30 + 273 = 303\ K$$

$$T_2 = -35 + 273 = 238K$$

L'efficienza del ciclo di Carnot inverso vale:

$$C.O.P._{Carnot} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{238}{303 - 238} = 3,66$$

L'efficienza con cui opera l'impianto è pari al 45% dell'efficienza teorica di Carnot per cui:

$$C.O.P. = 0,45 \cdot C.O.P._{Carnot} = 0,45 \cdot 3,66 = 1,647$$

Il coefficiente di prestazione della macchina frigorifera può essere calcolato anche come rapporto tra la potenza frigorifera richiesta e la potenza meccanica necessaria, per cui:

$$C.O.P. = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{L}}$$

$$\dot{L} = \frac{\dot{Q}_1}{C.O.P.} = \frac{\frac{10000}{60}}{1,647} = 101,19\ kW$$

capitolo 8

Esercizio 8.1

Calcolare il lavoro unitario necessario per comprimere con una trasformazione adiabatica reversibile una quantità di vapore da 1 bar a 12 bar, assumendo che esso, all'ingresso nel dispositivo di compressione, sia nella condizione di:

a) liquido saturo,

b) vapore saturo secco.

Le variazioni di energia cinetica e potenziale possono essere trascurate.

Poiché il fluido è allo stato di liquido saturo, il volume specifico dalle tabelle del vapore saturo vale:

$$v_1 = 0{,}001043\ m^3\ kg^{-1}$$

Poiché possiamo considerare il liquido incomprimibile (v=cost) lungo la trasformazione, si ha:

a) $$l_{rev} = -\int_1^2 v\,dp \approx v_1\left(p_1 - p_2\right) = 0{,}001043\ \left(100 - 1000\right) = -0{,}94\ kJ\ kg^{-1}$$

All'inizio il fluido è allo stato di vapore saturo e durante la compressione rimane sempre allo stato di vapore. Dato che il volume specifico di un gas varia notevolmente durante una compressione, occorrerebbe conoscere la sua legge di variazione in funzione della pressione per calcolare l'integrale nell'equazione per il calcolo del lavoro.

Tale relazione v=f(p) per trasformazioni adiabatiche reversibili (e quindi isoentropiche) si ricava dalla seconda equazione del TdS ponendo dS=0:

$$v\,dp = dh$$

$$l_{rev} = -\int_1^2 v\,dp = -\int_1^2 dh = h_1 - h_2$$

Dalle tabelle del vapore saturo si trova:

$$h_1 = 2675{,}5\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 7{,}3594\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, alla condizione s_2=s_1:

$$h_2 = 3195{,}5\ kJ\ kg^{-1}$$

b) $$l_{rev} = h_1 - h_2 = 2675{,}5 - 3195{,}5 = -520\ kJ\ kg^{-1}$$

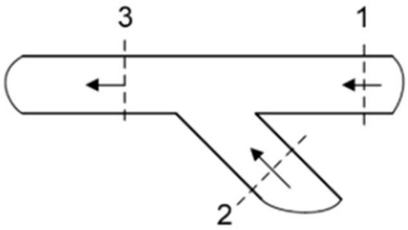
Esercizio 8.2

Due portate d'aria entrano in un miscelatore adiabatico a pressione atmosferica con portata volumetrica, rispettivamente, di 1,5 e 3,0 $m^3 \cdot s^{-1}$. Le temperature delle due portate sono T_1=12 °C e T_2=35 °C. Calcolare:

a) la temperatura dell'aria all'uscita,

b) la portata massica all'uscita.

Considerare l'aria come un gas ideale e utilizzare la temperatura di 0 °C come stato di riferimento per l'entalpia.



Si consideri il volume di controllo come indicato in figura in cui sono presenti due ingressi e un'uscita. Il bilancio di massa attraverso il volume di controllo è:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

Sostituendo la portata in massa nell'equazione di stato dei gas perfetti si ottiene:

$$\frac{p_1\dot{V}_1}{RT_1} + \frac{p_2\dot{V}_2}{RT_2} = \frac{p_3\dot{V}_3}{RT_3}$$

Per il componente possiamo assumere:

$$\Delta EK = 0, \Delta EP = 0, \dot{Q} = 0, \dot{L} = 0$$

L'equazione di conservazione dell'energia allora si può scrivere come:

$$h_1\dot{m}_1 + h_2\dot{m}_2 = h_3\dot{m}_3$$

Sostituendo l'equazione per il calcolo della portata massica e considerando che per un gas ideale vale la relazione:

$$h = c_p T$$

Si ha:

$$\frac{c_p T_1 p_1 \dot{V}_1}{RT_1} + \frac{c_p T_2 p_2 \dot{V}_2}{RT_2} = \frac{c_p T_3 p_3 \dot{V}_3}{RT_3}$$

Utilizzando la temperatura di 0 °C come stato di riferimento per l'entalpia e ricordando che nel miscelatore adiabatico la pressione è costante, l'equazione si riduce a:

$$\frac{\dot{V}_1}{T_1} + \frac{\dot{V}_2}{T_2} = \frac{\dot{V}_3}{T_3}$$

Ma:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 1,5 + 3,0 = 4,5 \ m^3 \ s^{-1}$$

Quindi:

$$\frac{1,5}{12+273} + \frac{3,0}{35+273} = \frac{4,5}{T_3}$$

a) $T_3 = 300K = 27°C$

$p_{atm} = 101325 \ Pa$

$R = 287,05 \ J \ kg^{-1} K^{-1}$

$$\dot{m}_3 = \frac{p_3\dot{V}_3}{RT_3} = \frac{p_1\dot{V}_1}{RT_1} + \frac{p_2\dot{V}_2}{RT_2} = \frac{101325}{287.05}\left(\frac{1,5}{12+273} + \frac{3,0}{35+273}\right) = 5,29\ kg\ s^{-1}$$

Esercizio 8.3

In una turbina a gas dell'aria espande da p_1=8 bar e T_1=600 °C a p_2=1 bar e T_2=280 °C.
Dimostrare:
a) che il processo è irreversibile, e calcolare:
b) la variazione di entropia specifica.
(si tratti l'aria come un gas ideale con k=1,4 e si consideri il processo adiabatico)

Le pressioni e temperature di lavoro nel SI valgono:

$$T_1 = 600 + 273 = 873K$$

$$P_1 = 8 \cdot 100000 = 8 \cdot 10^5 \ Pa$$

$$T_2 = 140 + 273 = 413K$$

$$P_2 = 1 \cdot 100000 = 1 \cdot 10^5 \ Pa$$

Per un processo adiabatico e reversibile per un gas perfetto, si ha:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Da cui:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 873 \left(\frac{1 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^5} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 481,9 \ K$$

a) Ma poiché la temperatura relativa alla pressione p_2 è pari a 553K, il processo è irreversibile.

La variazione di entropia può essere calcolata il processo isobaro reversibile tra i punti 2 e 2'.

b) $$s_{2'} - s_2 = c_p \ln\left(\frac{T_{2'}}{T_2} \right) = 1,005 \ln\left(\frac{481,9}{413} \right) = 0,155 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Esercizio 8.4

Una portata di 1 kg·s^{-1} di refrigerante R134a entra in una valvola in laminazione in condizioni di liquido saturo a p_1=12 bar e ne esce alla temperatura T_2=-4 °C.

Calcolare:

a) la temperatura di ingresso,

b) la pressione di uscita,

c) il titolo del vapore all'uscita dalla valvola,

d) l'entropia generata.

Alle condizioni d'ingresso, le proprietà del fluido dalle tabelle dell'R134a in condizioni di saturazione, sono:

a) $T_1 = 46{,}32°C$

$h_1 = 115{,}76\ kJ\ kg^{-1}$

$s_1 = 0{,}41640\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$

Il processo di laminazione è isoentalpico quindi l'entalpia del fluido in uscita vale:

$$h_2 = 115{,}76\ kJ\ kg^{-1}$$

Le proprietà del fluido alla temperatura di uscita dalla valvola in condizione di saturazione sono:

b) $p_2 = 2{,}5\ bar$

$h_{liq} = 44{,}75\ kJ\ kg^{-1}$

$h_{vss} = 244{,}9\ kJ\ kg^{-1}$

$s_{liq} = 0{,}1777\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$

$s_{vss} = 0{,}9213\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$

Poiché il $s_{liq}<s_2<s_{vss}$ allora il fluido in uscita dalla valvola di laminazione si trova nella zona bifasica liquido-vapore.

Il titolo del vapore all'uscita dalla valvola si calcola attraverso l'equazione binomia:

c) $$x=\frac{\left(h_2-h_{liq}\right)}{\left(h_{vss}-h_{liq}\right)}=\frac{\left(115{,}76-44{,}75\right)}{\left(244{,}9-44{,}75\right)}=0{,}35$$

L'entropia del fluido in uscita dalla valvola vale:

$$s_2=s_{liq}+x\left(s_{vss}-s_{liq}\right)=0{,}1777+0{,}35\left(0{,}9213-0{,}1777\right)=0{,}43796\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

L'entropia generata corrisponde alla variazione di entropia tra ingresso e uscita dalla valvola:

d) $$s_{gen}=s_2-s_1=0{,}43796-0{,}41640=0{,}02156\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Esercizio 8.5

Una portata di acqua liquida di 1 kg·s^{-1} entra in una pompa alle condizioni p_1= 1 bar e T_1=20 °C.
La potenza meccanica ceduta all'albero della pompa è pari a 20 kW.
Calcolare:
a) la pressione di uscita se il processo è isentropico,
b) la pressione di uscita se la temperatura dell'acqua nella pompa aumenta di 0,05 °C

Se il processo è isoentropico, la variazione di temperatura tra ingresso e uscita della pompa è nulla:

$$\Delta T = 0; T_2 = T_1$$

Il volume specifico dell'acqua alle condizioni d'ingresso nella pompa vale:

$$v_1 = 0{,}001043 \text{ m}^3\text{kg}^{-1}$$

La potenza fatta dalla pompa sul fluido si può calcolare:

$$\dot{L}_{id} = \dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = \dot{m}v\Delta p = \dot{m}v\left(p_2 - p_1\right)$$

Da cui il valore della pressione di uscita vale:

a) $$p_2 = \frac{\dot{L}_{id}}{\dot{m}v} + p_1 = \frac{20 \cdot 10^3}{1 \cdot 0{,}001043} + 1 \cdot 10^5 = 192{,}75 \cdot 10^5\, Pa$$

Se invece la temperatura dell'acqua varia, come nel caso b, il processo non è più isoentropico quindi il lavoro fatto dalla pompa sul fluido è:

$$\dot{L} = \dot{m}\left(h_2 - h_1\right) = \dot{m}\left(c\Delta T + v\Delta p\right) = \dot{m}\left[c\Delta T + v\left(p_2 - p_1\right)\right]$$

Da cui il valore della pressione di uscita vale:

b) $$p_2 = \frac{\frac{\dot{L}}{\dot{m}} - c\Delta T}{v} + p_1 = \frac{\frac{20 \cdot 10^3}{1} - 4186 \cdot 0{,}05}{0{,}001043} + 1 \cdot 10^5 = 189{,}75 \cdot 10^5\, Pa$$

Esercizio 8.6

Una turbina a gas e una valvola di laminazione sono disposte in parallelo e accolgono un gas (a comportamento ideale) alle condizioni iniziali T_i=650 K e p_i=45 bar.

A valle di turbina e valvola i due flussi entrano in un miscelatore adiabatico da cui escono alle condizioni: T_u=500 K e p_u=5 bar. La portata complessiva in uscita dal miscelatore adiabatico è 10 $kg \cdot s^{-1}$.

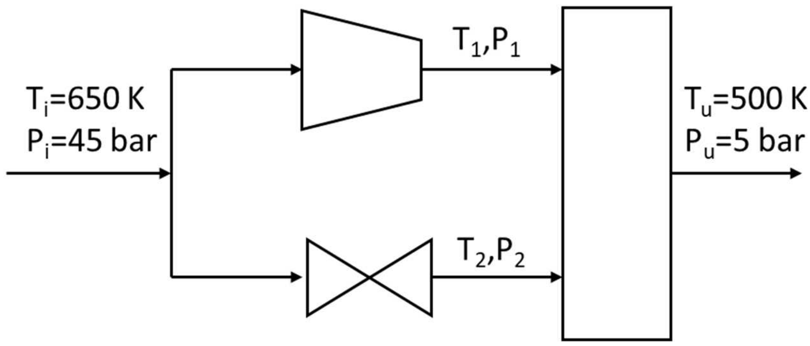
Calcolare:

a) le portate attraverso la turbina e attraverso la valvola di laminazione,

b) la temperatura del gas all'uscita dalla turbina,

c) la potenza meccanica sviluppata alla turbina.

(per il fluido si assuma c_p=1 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, k=1,4)



Si considerino i confini del miscelatore adiabatico. La conservazione della massa si può scrivere:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_u$$

Inoltre possono essere fatte le seguenti ipotesi:

$$\dot{Q} = 0, \dot{L} = 0, \Delta EK = 0, \Delta EP = 0$$

Da cui l'equazione di conservazione dell'energia diventa:

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_u h_u$$

E per un gas ideale:

$$\dot{m}_1 c_p T_1 + \dot{m}_2 c_p T_2 = \dot{m}_u c_p T_u$$

Combinando le due equazioni di conservazione della massa e dell'energia e risolvendo rispetto alla portata che attraversa la valvola di laminazione si ottiene:

$$\dot{m}_2 = \frac{\dot{m}_u (T_u - T_1)}{(T_2 - T_1)}$$

Si ricordi, inoltre, che nel miscelatore adiabatico la pressione è costante; si può quindi considerare:

$$p_1 = p_2 = p_u$$

In turbina, per un processo adiabatico e reversibile per un gas perfetto, si ha:

$$\frac{T_1}{T_i} = \left(\frac{p_1}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Da cui la temperatura del gas che esce dalla turbina è:

b) $T_1 = T_i \left(\frac{p_1}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 650 \left(\frac{5}{45} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 347\ K$

Nella valvola di laminazione, la cui trasformazione è descritta da un'isoentalpica, per un gas ideale si può scrivere:

$$\Delta h = 0 \Rightarrow c_p \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow T_2 = T_1$$

Ora è possibile calcolare la portata che attraversa la valvola di laminazione:

a) $$\dot{m}_2 = \frac{\dot{m}_u \left(T_u - T_1\right)}{\left(T_2 - T_1\right)} = \frac{10\left(500 - 347\right)}{\left(650 - 347\right)} = 5{,}05\ kg\ s^{-1}$$

La portata che attraversa la turbina si ricava dalla conservazione della massa per il miscelatore adiabatico:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_u - \dot{m}_2 = 10 - 5{,}05 = 4{,}95\ kg\ s^{-1}$$

La potenza meccanica sviluppata dalla turbina è:

c) $$\dot{L} = \dot{m}_1 c_p \left(T_i - T_1\right) = 4{,}95 \cdot 1 \cdot \left(650 - 347\right) = 1450\ kW$$

Esercizio 8.7

Una portata d'acqua disponibile a T_{if}=30 °C viene utilizzata per raffreddare una portata di 5 $kg \cdot s^{-1}$ di olio da T_{ic}=80 °C a T_{uc}=50 °C.

Calcolare:

a) la portata d'acqua necessaria se il salto termico per l'acqua non deve superare i 5 °C.

(assumere c_{olio}=1,65 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ e c_{acqua}=4,2 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)

La potenza termica ceduta dall'olio per il raffreddamento è:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{olio} c_{olio} \Delta T_{olio}$$

La potenza termica acquistata dall'acqua è invece:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{acqua} c_{acqua} \Delta T_{acqua}$$

Uguagliando tali potenze termiche è possibile ricavare la portata d'acqua necessaria al raffreddamento:

$$\dot{m}_{olio} c_{olio} \Delta T_{olio} = \dot{m}_{acqua} c_{acqua} \Delta T_{acqua}$$

a) $$\dot{m}_{acqua} = \frac{\dot{m}_{olio} c_{olio} \Delta T_{olio}}{c_{acqua} \Delta T_{acqua}} = \frac{5,0 \cdot 1,65 \cdot (80-50)}{4,5 \cdot 5} = 11,79 \text{ kg s}^{-1}$$

Esercizio 8.8

Una caldaia viene utilizzata per riscaldare una portata di 2 kg·s^{-1} di acqua da 70 °C a 85 °C sfruttando la combustione di una biomassa il cui potere calorifico è stato misurato pari a PC_{comb}=17000 kJ·kg^{-1}. Se il rendimento di caldaia è pari a $\eta_{caldaia}$=0,85, calcolare:

a) la portata di biomassa necessaria ad alimentare la caldaia.

La potenza termica necessaria per riscaldare l'acqua vale:

$$\dot{L} = \dot{m}_{acqua} c_{acqua} \Delta T_{acqua} = 2 \cdot 4{,}186 \cdot (85 - 70) = 125{,}58\ kW$$

Tale potenza deve essere fornita dalla caldaia:

$$\dot{L} = \eta_{comb} \dot{m}_{comb} PC_{comb}$$

Da cui:

a) $\dot{m}_{comb} = \dfrac{\dot{L}}{\eta_{comb} PC_{comb}} = \dfrac{125{,}58}{0{,}85 \cdot 17000} = 0{,}0087\ kg\ s^{-1}$

Esercizio 8.9

Una portata di 3 kg·s^{-1} di aria inizialmente a T_1=25 °C attraversa con una velocità $w_1=w_2$=30 m·s^{-1} uno scambiatore di calore in cui la sua temperatura viene innalzata fino a T_2=900 °C. La portata d'aria entra poi in una turbina da cui esce alla temperatura T_3=600 °C con una velocità w_3=50 m·s^{-1}.
Calcolare:
a) la potenza termica scambiata nello scambiatore di calore,
b) la potenza meccanica sviluppata nella turbina.
Valutare inoltre se:
c) la variazione di energia cinetica può essere trascurata.
(Si assuma per l'aria c_p=1,005 kJ·kg-1·K^{-1} e k=1,4 e si consideri il valore nullo di entalpia a 0 °C)

Nello scambiatore l'equazione di conservazione dell'energia può essere scritta come segue:

$$\dot{m}\left(h_1+\frac{w_1^2}{2}+gZ_1\right)+\dot{Q}_{1-2}=\dot{m}\left(h_2+\frac{w_2^2}{2}+gZ_2\right)+\dot{L}_{1-2}$$

Ma poiché:

$$Z_1=Z_2,w_1=w_2=30\ ms^{-1},\dot{L}_{1-2}=0$$

l'equazione si riduce alla forma:

$$\dot{m}h_1+\dot{Q}_{1-2}=\dot{m}h_2$$

Da cui è possibile calcolare la potenza termica scambiata nello scambiatore:

a) $\dot{Q}_{1-2}=\dot{m}h_2-\dot{m}h_1=\dot{m}\left(h_2-h_1\right)=\dot{m}c_p\left(T_2-T_1\right)=3\cdot 1{,}005\cdot\left(900-25\right)=2487\ kW$

In turbina si hanno le seguenti condizioni:

$$Z_2=Z_3,\dot{Q}_{2-3}=0$$

Per cui l'equazione di conservazione dell'energia si riduce alla forma seguente tramite la quale è possibile calcolare la potenza meccanica sviluppata nella turbina:

b) $\dot{L}_{2-3}=\dot{m}\left[\left(h_2-h_3\right)+\left(\frac{w_2^2-w_3^2}{2}\right)\right]=\dot{m}\left[c_p\left(T_2-T_3\right)+\left(\frac{w_2^2-w_3^2}{2}\right)\right]=$

$$=3\left[1{,}005\cdot\left(900-600\right)+\left(\frac{30^2-50^2}{2\cdot 1000}\right)\right]=3\left[301{,}5-0{,}8\right]=902{,}1\ kW$$

La valutazione del contributo apportato dall'energia cinetica è:

$$\frac{\left(\frac{w_2^2-w_3^2}{2}\right)}{c_p\left(T_2-T_3\right)}\cdot 100=\frac{\left(\frac{30^2-50^2}{2\cdot 1000}\right)}{1{,}005\cdot\left(900-600\right)}\cdot 100=\frac{0{,}8}{301{,}5}\cdot 100=0{,}27\%$$

c) Poiché l'energia cinetica è paro solamente allo 0,27% rispetto alle altre forme di energia, essa può essere trascurata.

Esercizio 8.10

Una portata di acqua liquida di 1,5 kg·s^{-1} entra in una pompa alle condizioni p_1=1 bar e T_1=25 °C e viene compressa fino a p_2=8 bar.

Se il rendimento isentropico della pompa è η_{pompa}=0,75, calcolare:

a) la potenza meccanica assorbita all'albero dalla pompa,

b) l'entropia generata.

La potenza meccanica assorbita dall'albero della pompa vale:

$$\dot{L} = \frac{\dot{m}v\Delta p}{\eta_p} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot (8-1) \cdot 10^{-2}}{0,75} = 1,4 \ kW$$

La generazione di entropia si determina dalla:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}c \, ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

dove la temperatura dell'acqua all'uscita della pompa è valutabile dal bilancio di energia:

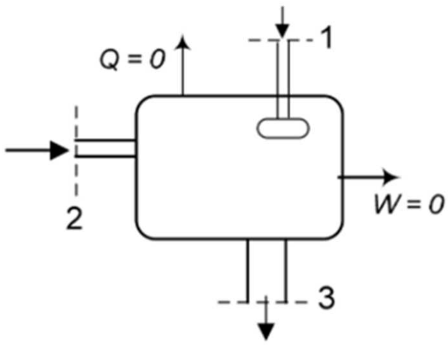
$$\dot{L} = \dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{m}\left[c(T_2 - T_1) + v(p_2 - p_1)\right]$$

$$T_2 = T_1 + \frac{\dot{L} - \dot{m}v(p_2 - p_1)}{\dot{m}c} = 25 + \frac{1,4 - 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot (8-1) \cdot 10^{2}}{1,5 \cdot 4,187} = 25 + 0,055 = 25,055°C$$

L'entropia generata vale:

b) $$\dot{S}_{gen} = \dot{m}c \, ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 2 \cdot 4,187 \cdot ln\left(\frac{298,20}{298,15}\right) = 0,0012 \ kW \ K^{-1} = 1,17 \ W \ K^{-1}$$

Esercizio 8.11
Una portata di acqua liquida pari a 1,0 $kg \cdot s^{-1}$ entra in un miscelatore adiabatico alle condizioni p_1=600 kPa e T_1=20 °C attraverso un condotto circolare di sezione 0,002 m^2. Una seconda portata di 0,15 $kg \cdot s^{-1}$ di vapore alle condizioni p_2=600 kPa e T_2=250 °C entra nel miscelatore attraverso un condotto di sezione 0,00025 m^2. L'acqua liquida e il vapore lasciano il miscelatore alla pressione p^3=600 kPa attraverso un condotto di sezione molto grande.
Valutare lo stato della corrente fluida all'uscita dal miscelatore adiabatico e calcolare:
a) la sua temperatura.



Si consideri un volume di controllo che circonda il miscelatore adiabatico come in figura.
Le proprietà del flusso di acqua liquida entrante nella sezione 1 si trovano nelle tabelle del vapore in condizioni di saturazione alla temperatura di 20 °C:

$$v_1 = 0,1002 m^3 kg^{-1}, h_1 = 83,86\ kJ\ kg^{-1}$$

La portata di vapore entrane nella sezione 2 si trova in condizioni di vapore surriscaldato;
dalle tabelle dal vapore si trova:

$$v_2 = 0,3938 m^3 kg^{-1}, h_2 = 2957,2\ kJ\ kg^{-1}$$

Le velocità d'ingresso dei due flussi nelle sezioni 1 e 2 valgono:

$$w_1 = \frac{\dot{m}_1 v_1}{A_1} = \frac{1,0 \cdot 0,1002 \cdot 10^{-2}}{0,002} = 0,5\ ms^{-1}$$

$$w_2 = \frac{\dot{m}_2 v_2}{A_2} = \frac{0,15 \cdot 0,3938}{0,000025} = 236\ ms^{-1}$$

L'equazione di conservazione della massa ci permette di calcolare la portata di fluido in uscita dallo scambiatore adiabatico:

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 1,0 + 0,15 = 1,15\ kg\ s^{-1}$$

Poiché viene chiaramente indicato che la sezione di uscita è molto grande, la velocità w3 può essere trascurata. Inoltre valgono le seguenti assunzioni:

$$\Delta EP = 0, \dot{Q} = 0, \dot{L} = 0$$

l'equazione di conservazione dell'energia diventa:

$$\left(h_1 + \frac{w_1^2}{2}\right)\dot{m}_1 + \left(h_2 + \frac{w_2^2}{2}\right)\dot{m}_2 = \left(h_3 + \frac{w_3^2}{2}\right)\dot{m}_3$$

$$\left(83,86 + \frac{0,5^2}{2 \cdot 10^3}\right)1,0 + \left(2957 + \frac{236^2}{2 \cdot 10^3}\right)0,15 = \left(h_3\right)1,15$$

Da cui:

$$h_3 = 426,25\ kJ\ kg^{-1}$$

Il flusso in uscita è liquido sottoraffreddato poiché, alla pressione di 600 kPa, l'entalpia di liquido saturo è pari a 670 $kJ \cdot kg^{-1}$, maggiore del valore ottenuto.
Prendendo come riferimento le tabelle per il liquido sottoraffreddato, la temperatura relativa allo stato 3 si ottiene tramite interpolazione; essa è pari a:

a) $T_3 = 109,6°C$

Esercizio 8.12

Dell'aria entra in un compressore alle condizioni p_1=100 kPa e T_1=15 °C e viene compressa fino a p_2=400 kPa. Se il rendimento isentropico è pari a 0,90, calcolare:

a) la temperatura di fine compressione,

b) il lavoro specifico

c) l'entropia generata specifica.

In un processo adiabatico e reversibile per un gas perfetto, si ha:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Da cui, considerando k=1,4 per l'aria:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 288 \left(\frac{400 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 428\ K$$

Il calcolo della temperatura di fine compressione si ottiene dalla definizione di rendimento isoentropico:

$$\eta_{iso} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1} = \frac{c_p \left(T_2 - T_1 \right)}{c_p \left(T_{2'} - T_1 \right)} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2'} - T_1}$$

a) $$T_{2'} = \frac{T_2 - T_1}{\eta_{iso}} + T_1 = \frac{428 - 288}{0,9} + 288 = 444\ K$$

Il lavoro specifico è:

b) $$l_c = h_{2'} - h_1 = c_p \left(T_{2'} - T_1 \right) = 1,005 \left(444 - 288 \right) = 156,78\ kJ\ kg^{-1}$$

avendo considerato per l'aria un c_p=1,005 kJ·kg^{-1}·K^{-1}.

L'entropia generata specifica vale:

c) $$s_{2'} - s_2 = c_p\, ln \frac{T_{2'}}{T_2} = 1,005\, ln \frac{444}{428} = 0,0369\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

Esercizio 8.13

Un compressore di R134a aspira una portata di 1 kg·s^{-1} di vapore saturo alla pressione p_1=2 bar e la rilascia a p_2=12 bar. Se la compressione è reversibile, calcolare:

a) la temperatura di fine compressione,

b) la potenza meccanica assorbita.

Se il compressore opera con un rendimento isentropico η_{compr}=0,75, calcolare:

c) la temperatura di fine compressione,

d) la potenza meccanica assorbita,

e) l'entropia generata.

Alla condizione 1, in ingresso al compressore, le proprietà del vapore saturo sono:

$$h_1 = 241,3 \ kJ \ kg^{-1}$$
$$s_1 = 0,9253 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Alla pressione d'uscita, le entropie di liquido saturo e vapore saturo secco sono:

$$s_l = 0,4164 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$
$$s_{vss} = 0,9023 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Quindi, poiché il valore calcolato risulta maggiore di s_{vss}, la temperatura di uscita del vapore surriscaldato dal compressore si trova interpolando tra le temperature 50 °C e 60 °C:

a) $$T_2 = 50 + (60 - 50)\left(\frac{0,9253 - 0,9164}{0,9527 - 0,9164}\right) = 52,5°C$$

In maniera analoga l'entalpia del punto 2 è:

$$h_2 = 275,5 + (2847,4 - 275,7)\left(\frac{0,9253 - 0,9164}{0,9527 - 0,9164}\right) = 278,4 \ kJ \ kg^{-1}$$

La potenza meccanica assorbita dal compressore vale:

b) $$\dot{L} = \dot{m}(h_2 - h_1) = 1(278,4\text{-}241,3)\text{=}37,1 \ kW$$

Il rendimento isoentropico vale 0,75 ed è quindi possibile calcolare l'entalpia del punto 2' di fine compressione:

$$\eta_{is} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1}$$
$$h_{2'} = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{\eta_{is}} = 241,3 + \frac{278,4 - 241,3}{0,75} = 290,8 \ kJ \ kg^{-1}$$

La temperatura di uscita dal compressore si ottiene per interpolazione:

c) $$T_{2'} = 60 + (70 - 60)\left(\frac{290,8 - 287,4}{299 - 287,4}\right) = 62,9°C$$

La potenza meccanica assorbita vale:

d) $\dot{L}=\dot{m}\left(h_{2'}-h_{1}\right)=1(290{,}8-241{,}3)=49{,}5\ kW$

L’entropia del punto 2’ si calcola per interpolazione:

$$s_{2'}=0{,}9527+\left(0{,}9868-0{,}9527\right)\left(\frac{290{,}8-287{,}4}{299-287{,}4}\right)=0{,}9627\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

L’entropia generata vale:

e) $s_{gen}=s_{2'}-s_{2}=0{,}9627-0{,}9253=0{,}0374\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$

Esercizio 8.14

Una portata di 5 kg·s^{-1} di aria entra in una turbina a gas alle condizioni T_1=1200 K e p_1=12 bar ed esce alle condizioni T_2=700 K e p_2=100 kPa.

L'aria entra in turbina con una velocità w_1=50 m s-1 e ne esce con una velocità w_2=150 m·s^{-1}.

L'uscita dell'aria avviene a una quota di 6 m inferiore rispetto all'ingresso.

Calcolare:

a) la variazione di entalpia, di energia cinetica e di energia potenziale (e confrontare tra loro),

b) la potenza meccanica utile sviluppata dalla turbina.

Le variazioni di entalpia, energia cinetica ed energia potenziale per definizione sono:

a) $\Delta h = h_2 - h_1 = c_p\left(T_2 - T_1\right) = 1{,}212\left(700 - 1200\right) = -560{,}5\ kJ\ kg^{-1}$

dove il c_p è stato calcolato alla temperatura media tra ingresso e uscita.

$$\Delta e_c = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = \frac{150^2 - 50^2}{2 \cdot 10^3} = 10\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\Delta e_p = g\left(z_2 - z_1\right) = \frac{9{,}81 \cdot 6}{1000} = 0{,}059\ kJ\ kg^{-1}$$

Si noti che la variazione di energia potenziale è insignificante in confronto alle variazioni di entalpia ed energia cinetica. Inoltre, come effetto della bassa pressione di uscita e quindi dell'alto volume specifico, la velocità dei gas all'uscita della turbina è molto alta e quindi la variazione dell'energia cinetica è una piccola frazione della variazione di entalpia tanto da essere spesso trascurata.

La potenza meccanica sviluppata dal dispositivo, con un ingresso e un'uscita, vale:

b) $l = -\left(\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p\right) = -\left(-560{,}5 + 10 + 0{,}059\right) = 550\ kJ\ kg^{-1}$

Esercizio 8.15

Una portata di 2 $kg \cdot s^{-1}$ di vapore surriscaldato a p_1=40 bar e T_1=350 °C entra in una turbina a vapore dove espande fino a p_2=0,5 bar cedendo una potenza meccanica all'albero di 700kW. Calcolare:

a) la temperatura del vapore all'uscita dalla turbina,

b) il rendimento isentropico della turbina.

Alla condizione 1, in ingresso alla turbina, le proprietà del vapore surriscaldato sono:

$$h_1 = 3092,5 \ kJ \ kg^{-1}$$
$$s_1 = 6,5821 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Il valore di entalpia del vapore in uscita dalla turbina è:

$$\dot{L} = \dot{m}\left(h_1 - h_{2'}\right)$$
$$h_{2'} = h_1 - \frac{\dot{L}}{\dot{m}} = 3092,5 - \frac{700}{2,0} = 2742,5 \ kJ \ kg^{-1}$$

Alla pressione d'uscita, le entalpie di liquido saturo e vapore saturo secco sono:

$$h_l = 340,4 \ kJ \ kg^{-1}$$
$$s_{vss} = 2644,7 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Quindi, poiché il valore calcolato risulta maggiore di h_{vss}, la temperatura di uscita del vapore surriscaldato dalla turbina si trova interpolando tra le temperature 100 °C e 150 °C:

a) $$T_{2'} = 100 + \left(150 - 100\right)\frac{\left(2742,5 - 2682,5\right)}{\left(2780,1 - 2682,5\right)} = 130,7°C$$

Il rendimento isoentropico ha formula:

$$\eta_{is} = \frac{h_1 - h_{2'}}{h_1 - h_2}$$

Per il calcolo dell'entalpia specifica del punto 2 occorre ricordare che la trasformazione 1-2 è isoentropica e, interpolando, si ottiene:

$$\eta_{is} = \frac{h_1 - h_{2'}}{h_1 - h_2}$$
$$h_2 = h_l + (h_{vss} - h_l)\frac{\left(s_2 - s_1\right)}{\left(s_{vss} - s_l\right)} = 137,7 + \left(2460,7 - 137,7\right)\frac{\left(6,5821 - 0,4761\right)}{\left(8,3930 - 0,4761\right)} =$$
$$= 1929,3 \ kJ \ kg^{-1}$$

b) $$\eta_{is} = \frac{h_1 - h_{2'}}{h_1 - h_2} = \frac{3092,5 - 2742,5}{3092,5 - 1929,3} = 0,300$$

Esercizio 8.16

Una portata di 1,5 kg·s^{-1} di vapore surriscaldato entra in turbina alle condizioni T_1=300 °C e p_1=10 bar e ne esce a p_2=0,18 bar. La potenza meccanica sviluppata dalla turbina è pari a 900 kW. Calcolare:

a) la temperatura del vapore all'uscita dalla turbina,

b) il rendimento isentropico,

c) l'entropia generata.

Alla condizione 1, in ingresso alla turbina, le proprietà del vapore surriscaldato sono:

$$h_1 = 3051,2\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_1 = 7,1229\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Il valore di entalpia del vapore in uscita dalla turbina è:

$$\dot{L} = \dot{m}\left(h_1 - h_{2'}\right)$$
$$h_{2'} = h_1 - \frac{\dot{L}}{\dot{m}} = 3051,2 - \frac{900}{1,5} = 2451,2\ kJ\ kg^{-1}$$

Alla pressione d'uscita, le entalpie di liquido saturo e vapore saturo secco sono:

$$h_l = 225,8\ kJ\ kg^{-1}$$
$$h_{vss} = 2598,3\ kJ\ kg^{-1}$$

Quindi, poiché il valore calcolato risulta compreso tra i due, la temperatura di uscita del vapore dalla turbina

a) è uguale alla temperatura di saturazione alla pressione di 0,15 bar:

$$T_2 = 54°C$$

Il rendimento isoentropico ha formula:

$$\eta_{is} = \frac{h_1 - h_{2'}}{h_1 - h_2}$$

Per il calcolo dell'entalpia specifica del punto 2 occorre ricordare che la trasformazione 1-2 è isoentropica e, interpolando, si ottiene:

$$h_2 = h_l + (h_{vss} - h_l)\frac{\left(s_2 - s_1\right)}{\left(s_{vss} - s_l\right)} = 225,8 + \left(2598,2 - 225,8\right)\frac{\left(7,1229 - 0,7545\right)}{\left(8,0061 - 0,7545\right)} =$$
$$= 2180,16\ kJ\ kg^{-1}$$

b) $\eta_{is} = \dfrac{h_1 - h_{2'}}{h_1 - h_2} = \dfrac{3051,2 - 2451,2}{3051,2 - 2309} = 0,689$

L'entropia generata è pari alla differenza:

$$s_{gen} = s_{2'} - s_2$$

In maniera del tutto simile a quanto fatto per l'entalpia, interpolando, si ottiene il valore di:

$$s_{2'} = 7,5565 \ kJ \ kg^{-1}K^{-1}$$

c) $s_{gen} = s_{2'} - s_2 = 7,5565 - 7,1229 = 0,4336 \ kJ \ kg^{-1}K^{-1}$

Esercizio 8.17

Uno scambiatore di calore a superficie è utilizzato per raffreddare una portata di 100 kg·s^{-1} di aria da $T_{c,in}$=1100 °C e $p_{c,in}$=2,5 bar a $T_{c,u}$=550 °C e $p_{c,u}$=1,5 bar con una portata di 25 kg·s^{-1} di acqua liquida a $T_{f,in}$=60 °C e $p_{f,in}$= $p_{f,u}$ =8 MPa.

Valutare la condizione dell'acqua all'uscita dallo scambiatore e calcolare:

a) la sua temperatura all'uscita,

b) l'entropia generata nello scambiatore.

Il bilancio di energia allo scambiatore può essere scritto come segue:

$$\dot{m}_c h_{c,in} + \dot{m}_f h_{f,in} = \dot{m}_c h_{c,u} + \dot{m}_f h_{f,u}$$

Da cui, considerando l'aria come un gas ideale:

$$h_{f,u} = h_{f,in} + \frac{\dot{m}_c\left(h_{c,in} - h_{c,u}\right)}{\dot{m}_f} = h_{f,in} + \frac{\dot{m}_c c_{p,c}\left(T_{c,in} - T_{c,u}\right)}{\dot{m}_f} =$$

$$= 292,8 + \frac{100 \cdot 1,005 \cdot \left(1100 - 550\right)}{25} = 2504 \ kJ \ kg^{-1}$$

A tali valori di entalpia e pressione, l'acqua è un fluido bifase all'interno della campana alla temperatura di:

a) $T_{f,u} = 295°C$

Il bilancio di entropia si può, invece, scrivere:

$$\dot{m}_c s_{c,in} + \dot{m}_f s_{f,in} + \dot{s}_{gen} = \dot{m}_c s_{c,u} + \dot{m}_f s_{f,u}$$

Da cui, considerando l'aria come un gas ideale, si calcola l'entropia generata:

b) $$s_{gen} = \dot{m}_c\left(s_{c,u} - s_{c,in}\right) + \dot{m}_f\left(s_{f,u} - s_{f,in}\right) = \dot{m}_c\left[c_{p,c}\, ln\frac{T_{c,u}}{T_{c,in}} - R\, ln\frac{p_{c,u}}{p_{c,in}}\right] + \dot{m}_f\left(s_{f,u} - s_{f,in}\right) =$$

$$= 100\left[1,005 \cdot ln\left(\frac{550+273}{1100+273}\right) - 0,287 \cdot ln\left(\frac{1,5}{2,5}\right)\right] + 25\left(5,296 - 0,948\right) = 71,9 \ kJ \ kg^{-1}$$

Esercizio 8.18

Vapore surriscaldato a p_1=25 bar e T_1=400 °C entra in una turbina a vapore con un a velocità w_1=50 $m \cdot s^{-1}$. All'uscita dalla turbina il pressione si trova a p_2=0,80 bar e x_2=0,95 e possiede una velocità w2=150 $m \cdot s^{-1}$. La sezione di entrata si trova a una quota di 4 metri superiore a quella di uscita e la sua sezione è pari a 0,025 m2. La potenza termica ceduta all'ambiente esterno durante il funzionamento è pari a 10 kW.

Calcolare:

a) la portata massica di vapore,

b) la potenza meccanica sviluppata dalla turbina.

Valutare se le variazioni di energia cinetica e potenziale possono essere trascurate.

Nella sezione 1 di ingresso alla turbina, il fluido di lavoro entra alle condizioni di vapore surriscaldato. Dalle tabelle del vapore alla temperatura di 400 °C e alla pressione di 25 bar si ha:

$$v_1 = 0,1201\ m^3\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 3239,3\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

La densità con la quale il fluido entra è di:

$$\rho_1 = \frac{1}{v_1} = \frac{1}{0,1201} = 8,3264\ kg\ m^{-3}$$

Da cui la portata massica di vapore nella sezione 1 vale:

a) $\dot{m} = A_1 \rho_1 w_1 = 0,025 \cdot 8,3264 \cdot 50 = 10,41\ kg\ s^1$

Nella sezione d'uscita, il gas si trova a 0,8 bar; l'entalpia specifica vale:

$$h_2 = x_2 h_{vss} + (1 - x_2) h_{liq} = (0,95 \cdot 2664 \cdot 0,05 \cdot 391,5) = 2550\ kJ\ kg^1$$

Rilevando dalle tabelle del vapore saturo i valori di:

$$h_l = 391,5\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vss} = 2664\ kJ\ kg^{-1}$$

Considerando il volume di controllo intorno alle pareti della turbina e comprendenti la sezione di ingresso e uscita si può scrivere l'equazione di conservazione dell'energia:

$$\dot{m}\left(h_1 + \frac{w_1^2}{2} + gZ_1\right) + \dot{Q} = \dot{m}\left(h_2 + \frac{w_2^2}{2} + gZ_2\right) + \dot{L}$$

Da cui, sostituendo i valori numerici, è possibile calcolare la potenza meccanica sviluppata dalla turbina:

$$\dot{L} = \dot{m}\left(h_1 + \frac{w_1^2}{2} + gZ_1\right) - \dot{m}\left(h_2 + \frac{w_2^2}{2} + gZ_2\right) + \dot{Q} =$$

$$= 10,41\left(3239 + \frac{50^2}{2 \cdot 10^3} + \frac{9,81 \cdot 4}{10^3}\right) - 10,41\left(2550 + \frac{150^2}{2 \cdot 10^3} + \frac{9,81 \cdot 0}{10^3}\right) - 10$$

b) $\dot{L} = 7,1725(\Delta h) - 0,1041(\Delta KE) + 4 \cdot 10^{-4}(\Delta PE) + 0,01(Q) = 7,08\ MW$

Confrontando i valori numerici si osserva che le variazioni di energia cinetica e potenziale sono più piccole rispetto alla variazione di entalpia e quindi possono essere trascurate.

Esercizio 8.19

In un generatore di vapore i gas caldi provenienti dalla combustione di un combustibile fossile si raffreddano da T_{ic}=1000 °C a T_{uc}=500 °C per vaporizzare una portata di vapore d'acqua a 200 °C dalla condizione di liquido saturo a vapore saturo secco.

Calcolare:

a) la variazione di entropia nel boiler per vaporizzare 1 kg di acqua.

(Considerare i gas caldi come un gas a comportamento ideale con c_p=1,0 kJ·kg^{-1}·K^{-1})

Il calore necessario per vaporizzare 1 kg di acqua è uguale al calore necessario per portare tale quantità di acqua dalla condizione di liquido saturo alla condizione di vapore saturo secco a 240 °C.

$$m_c c_{p,c}\left(T_{i,c}-T_{u,c}\right)=h_{vss}-h_l$$

Da cui è possibile calcolare la massa di gas caldi che provocano il passaggio di fase:

$$m_c c_{p,c}\left(T_{i,c}-T_{u,c}\right)=h_{vss}-h_l$$

$$m_c=\frac{h_{vss}-h_l}{c_{p,c}\left(T_{i,c}-T_{u,c}\right)}=\frac{1768,2}{1(1273-773)}= 3,54\ kg$$

La variazione di entropia di mc kg di gas vale:

$$\Delta S_c=m_c c_{p,c}\, ln\left(\frac{T_{u,c}}{T_{i,c}}\right)=3,54\cdot ln\left(\frac{773}{1273}\right)=-1,76\ kJ\ K^{1}$$

La variazione di entropia dell'acqua per unità di massa durante il passaggio di fase è:

$$\Delta S_a=m_a\frac{h_{vss}-h_l}{Ts}=1\frac{1768,2}{513}=3,45\ kJ\ K^{1}$$

La variazione netta di entropia durante tutto il processo vale:

a) $\Delta S=\Delta S_c+\Delta S_a=-1,76+3,45=1,69\ kJ\ K^{-1}$

Esercizio 8.20

Calcolare la temperatura finale e l'entropia generata nella laminazione dei seguenti flussi fluidi:

a) aria da p_1=25 bar e T_1=50 °C a p_2=5 bar

b) vapore d'acqua da p_1=14 bar e x_1=0,95 a p_2=1 bar

c) acqua liquida da p_1=6 bar e T_1=30 °C a p_2= 1 bar

Nella valvola di laminazione, la cui trasformazione è descritta da un'isoentalpica, per un gas ideale si può scrivere:

$$\Delta h = 0 \Rightarrow c_p \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 = 50°C$$

L'entropia generata può essere calcolata da:

a) $s_{gen} = R\,ln\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right) = -287,05\,ln\left(\dfrac{5}{25}\right) = 462\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$

Alle condizioni d'ingresso nella valvola di laminazione, il fluido ha le seguenti proprietà:

$$h_l = 829,5\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vss} = 2790,2\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_l = 2,2823\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vss} = 6,4689\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$h_1 = h_{liq} + x\left(h_{vss} - h_{liq}\right) = 829,5 + 0,95\left(2790,2 - 829,5\right) = 2692\ kJ\ kg^{1}$$

$$s_1 = s_{liq} + x\left(s_{vss} - s_{liq}\right) = 2,2823 + 0,95\left(6,4689 - 2,2823\right) = 6,2596\ kJ\ kg^{1}K^{-1}$$

Poiché la trasformazione è isoentalpica, h_2=h_1. Alla pressione di uscita dalla valvola, si ha:

$$h_l = 417,3\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vss} = 2673,8\ kJ\ kg^{-1}$$

Per cui il fluido si trova nella condizione di vapore surriscaldato. La temperatura finale e il valore di entropia finale si calcolano per interpolazione:

$$T_2 = T_{@100°C} + \left(T_{@150°C} - T_{@100°C}\right)\cdot\frac{\left(h_2 - h_{@100°C}\right)}{\left(h_{@150°C} - h_{@100°C}\right)} =$$

$$= 100 + \left(150 - 100\right)\cdot\frac{\left(2692 - 2676,2\right)}{\left(2776,4 - 2676,2\right)} = 108°C$$

$$s_2 = s_{@100°C} + \left(s_{@150°C} - s_{@100°C}\right)\cdot\frac{\left(h_2 - h_{@100°C}\right)}{\left(h_{@150°C} - h_{@100°C}\right)} =$$

$$= 7,3614 + \left(7,6134 - 7,3614\right)\cdot\frac{\left(2692 - 2676,2\right)}{\left(2776,4 - 2676,2\right)} = 7,4011\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

L'entropia generata si ottiene come differenza tra l'entalpia di uscita e di ingresso:

b) $s_{gen} = s_2 - s_1 = 7,4011 - 6,2596 = 1,1415\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$

Per un liquido la variazione di entalpia si può scrivere:

$$\Delta h = c\Delta T + v\Delta p = 0$$

Da cui la temperatura finale dell'acqua vale:

$$c\Delta T = -v\Delta p$$

$$T_2 = \frac{-v\Delta p}{c} + T_1 = \frac{-0,001004 \cdot (1-6) \cdot 10^5}{4186} + 30 = 30,12°C$$

L’entropia generata equivale alla variazione di entropia tra ingresso e uscita e, per un liquido vale:

c) $s_{gen} = s_2 - s_1 = c\,ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1,186\,ln\left(\frac{30,2}{30}\right) = 0,0167\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$

Esercizio 8.21

Una portata di 1,2 kg·s^{-1} di aria è compressa da p_1=100 kPa e T_1=27 °C fino a p_2=500 kPa.

La potenza meccanica assorbita dal compressore è pari a 280 kW.

Calcolare:

a) la temperatura di fine compressione,

b) il rendimento isentropico.

La temperatura di uscita dell'aria dal compressore vale:

$$\dot{L} = \dot{m} c_p \left(T_{2'} - T_1 \right)$$

$$T_{2'} = T_1 - \frac{\dot{L}}{\dot{m} c_p} = 27 - \frac{280}{1{,}2 \cdot 1{,}005} = 259°C = 532\ K$$

Il rendimento isoentropico ha formula:

$$\eta_{is} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2'} - T_1}$$

Per il calcolo della temperatura T_2 occorre ricordare che per una trasformazione isoentropica vale:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Da cui:

a) $T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(27 + 273 \right) \left(\frac{500}{100} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 475K$

b) $\eta_{is} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2'} - T_1} = \frac{475 - 300}{532 - 300} = 0{,}754$

capitolo 9

Esercizio 9.1
Un ciclo endoreversibile di Diesel standard opera con rapporto volumetrico di compressione ρ_V=15 e rapporto volumetrico di introduzione (cut-off ratio) τ=2,0.
Calcolare:
a) il rendimento del ciclo.
Si assuma k=1,4.

a) $$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{\rho_v^{k-1}}\left[\frac{\tau^k - 1}{k(\tau - 1)}\right] = 1 - \frac{1}{15^{(1,4-1)}}\left[\frac{2^{1,4} - 1}{1,4(2-1)}\right] = 0,604 \Rightarrow 60,37\%$$

Esercizio 9.2
Un ciclo di Joule standard opera con le seguenti condizioni dell'aria all'ingresso nel compressore: p_1=100 kPa e T_1=300 K. La temperatura massima del ciclo e il rapporto di compressione sono pari aT_3=850 °C e β=7. Il rendimento isentropico di compressore e turbina sono pari, rispettivamente, a η_C=0,80 e η_T=0,85.
Calcolare:
a) il lavoro assorbito dal compressore,
b) il lavoro sviluppato dalla turbina,
c) il calore assorbito in camera di combustione,
d) il rendimento del ciclo,
e) la temperatura dell'aria all'uscita dalla turbina.
Si assuma cp=1,0 kJ·kg^{-1}·K^{-1} e k=1,4.

$$T_3 = 850 + 273 = 1123\ K$$

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 7^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,74$$

$$T_{2s} = 1,74 \cdot 300 = 523,1\ K$$

$$T_2 = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_C} + T_1 = \frac{523,1 - 300}{0,8} + 300 = 578,8\ K$$

$$\frac{T_3}{T_{4s}} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 7^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,74$$

$$T_{4s} = \frac{1123}{1,74} = 644,0\ K$$

$$T_4 = T_3 - \left(T_3 - T_{4s}\right)\eta_T = 1125 - 0,85\left(1125 - 645,2\right) = 715,9\ K$$

a) $l_C = c_p\left(T_2 - T_1\right) = 1 \cdot \left(578,8 - 300\right) = 278,8\ kJ\ kg^{-1}$

b) $l_T = c_p\left(T_3 - T_4\right) = 1 \cdot \left(1123 - 715,9\right) = 407,1\ kJ\ kg^{-1}$

c) $q = c_p\left(T_3 - T_2\right) = 1 \cdot \left(1123 - 578,8\right) = 544,2\ kJ\ kg^{-1}$

$l_{netto} = l_T - l_C = \left(407,1 - 278,8\right) = 128,2\ kJ\ kg^{-1}$

d) $\eta_{ciclo} = \dfrac{l_{netto}}{q} = 0,24$

e) $T_4 = 716\ K$

Esercizio 9.3
Un ciclo di Rankine con surriscaldamento a vapore d'acqua opera tra le pressioni di 25 bar e 10 kPa. La temperatura del vapore all'ingresso in turbina è 400 °C.
Supponendo che il vapore venga condensato fino alla condizione di liquido saturo e che le trasformazioni siano ideali, calcolare:
a) il lavoro unitario netto,
b) il rendimento del ciclo,
c) il titolo del vapore all'uscita dalla turbina

Alla pressione di 25 bar e alla temperatura di 400 °C, dalle tabelle per il vapore surriscaldato:

$$h_3 = 3239,3 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_3 = 7,0148 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Alla pressione di 0,1 bar:

$$h_1 = 191,71 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,6489 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$h_l = 191,71 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vss} = 2583,9 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_l = 0,6489 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vss} = 8,1480 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Poiché il ciclo è composto da trasformazione ideali:

$$s_3 = s_4$$

$$x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_{vss} - s_l} = \frac{7,0148 - 0,6489}{8,1480 - 0,6489} = 0,849$$

$$h_4 = h_l + x_4 \left(h_{vss} - h_l \right) = 191,71 + 0,849 \cdot 2392,2 = 2222,69 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$l_p = v_l \left(p_1 - p_2 \right) = 0,001011 \left(25 - 0,1 \right) = 2,5 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_2 = h_1 + l_p = 191,71 + 2,5 = 194,22 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$l_t = h_3 - h_4 = 3239,3 - 2222,69 = 1016,61 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$q = h_3 - h_1 = 3239,3 - 191,71 = 3047,59 \ kJ \ kg^{-1}$$

a) $l_{netto} = l_t - l_p = 1016,61 - 2,5 = 1014,1 \ kJ \ kg^{-1}$

b) $\eta = \frac{l_{netto}}{q} = \frac{1014,1}{3047,59} = 0,33$

c) $x_4 = 0,85$

Esercizio 9.4

Un ciclo di Joule standard opera con aria che entra nel compressore a T_1=25 °C e raggiunge una temperatura massima T_3=1000 K con una portata massica di 20 kg·s^{-1} e un rapporto di compressione pari a β =7. I rendimenti isentropici di compressore e turbina sono pari a 0,85.

Calcolare:

a) la potenza meccanica sviluppata.

Si assuma c_p=1,0 kJ·kg^{-1}·K^{-1} e k=1,4.

$$T_1 = 25 + 273 = 298\ K$$

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 7^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,74$$

$$T_{2s} = 1,74 \cdot 298 = 519,6\ K$$

$$T_2 = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_C} + T_1 = \frac{519,6 - 298}{0,85} + 298 = 558,7\ K$$

$$\frac{T_3}{T_{4s}} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 7^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,74$$

$$T_{4s} = \frac{1000}{1,74} = 573,5\ K$$

$$T_4 = T_3 - \left(T_3 - T_{4s}\right)\eta_T = 1000 - 0,85\left(1000 - 573,5\right) = 637,5\ K$$

$$l_C = c_p\left(T_2 - T_1\right) = 1 \cdot \left(558,7 - 298\right) = 260,7\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_T = c_p\left(T_3 - T_4\right) = 1 \cdot \left(1000 - 637,5\right) = 362,5\ kJ\ kg^{-1}$$

a) $l_{netto} = l_T - l_C = \left(362,5 - 260,7\right) = 101,8\ kJ\ kg^{-1}$

Esercizio 9.5

Un motore operante secondo un ciclo di Otto endoreversibile standard è dotato di in un cilindro il cui alesaggio è pari a 260 mm e la corsa è pari a 380 mm. Il volume della camera di combustione (VCC) è pari a 0,0028 m^3.

Calcolare: a) il rendimento termodinamico.

Si assuma k=1,4.

$$V_{min} = VCC = 0,0028\ m^3$$

$$V_s = \frac{\pi}{4} d^2 L = \frac{\pi}{4} \cdot (0,26)^2 \cdot 0,38 = 0,0202\ m^3$$

$$V_{max} = V_s + V_{min} = 0,0230\ m^3$$

$$\rho_v = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{0,0230}{0,0028} = 8,2$$

a) $\eta_{Otto} = 1 - \frac{1}{\rho_v^{\,k-1}} = 1 - \frac{1}{8,2^{1,4-1}} = 0.57$

Esercizio 9.6

Un motore operante secondo un ciclo endoreversibile di Diesel standard è dotato di un cilindro con alesaggio d=10 cm e corsa c=20 cm. Il volume nocivo è pari a V_C=200 cm^3.

Il rapporto volumetrico di introduzione (cut-off ratio) è τ=1,7.

Calcolare:

a) il rendimento del ciclo.

Si assuma k=1,4.

$$V_{min} = VCC = 2 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

$$V_s = \frac{\pi}{4} d^2 L = \frac{\pi}{4} \cdot (0,1)^2 \cdot 0,2 = 1,57 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

$$V_{max} = V_s + V_{min} = 1,77 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

$$\rho_v = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1,77 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}} = 8,85$$

a) $$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{\rho_v^{k-1}} \left[\frac{\tau^k - 1}{k(\tau - 1)} \right] = 1 - \frac{1}{8,85^{(1,4-1)}} \left[\frac{1,7^{1,4} - 1}{1,4(1,7-1)} \right] = 0,53$$

Esercizio 9.7

Un ciclo di Rankine con surriscaldamento a vapore d'acqua opera tra le pressioni di 14 bar e 8 kPa.
La temperatura del vapore all'ingresso in turbina è 500 °C.
Se il rendimento isentropico della turbina e della pompa è, rispettivamente, 0,85 e 0,75, calcolare:
a) il lavoro unitario netto,
b) il rendimento del ciclo.

Alla pressione di 14 bar e alla temperatura di 500 °C, dalle tabelle per il vapore surriscaldato:

$$h_3 = 3474,1 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_3 = 7,6027 \ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Alla pressione di 0,08 bar:

$$h_1 = 173,76 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,5922 \ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$h_l = 173,76 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vss} = 2576,3 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_l = 0,5922 \ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vss} = 8,2266 \ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_3 = s_{4s} = 7,6027 \ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$x_{4s} = \frac{s_{4s} - s_l}{s_{vss} - s_l} = \frac{7,6027 - 0,5922}{8,2266 - 0,5922} = 0,918$$

$$h_{4s} = h_l + x_{4s}\left(h_{vss} - h_l\right) = 173,76 + 0,918 \cdot \left(2576,3 - 173,76\right) = 2379,96 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_4 = h_3 - \eta_T\left(h_3 - h_{4s}\right) = 3474,1 - 0,85 \cdot \left(3474,1 - 2379,96\right) = 2544,08 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_{p_{id}} = v_l\left(p_1 - p_2\right) = 0,00104\left(1400 - 8\right) = 1,44 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_p = \frac{l_{p_{id}}}{\eta_P} = \frac{1,44}{0,77} = 1,93 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_2 = h_1 + l_p = 173,76 + 1,93 = 165,69 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_t = h_3 - h_4 = 3474,1 - 2544,08 = 930,02 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$q = h_3 - h_1 = 3474,1 - 173,76 = 3300,34 \ kJ\ kg^{-1}$$

a) $l_{netto} = l_t - l_p = 930,02 - 1,93 = 928,09 \ kJ\ kg^{-1}$

b) $\eta = \frac{l_{netto}}{q} = \frac{928,09}{3300,34} = 0,28$

Esercizio 9.8

Un ciclo endoreversibile aperto di Joule standard elabora una portata di 1,5 $kg \cdot s^{-1}$ di aria che all'uscita dalla turbina si trova a p_4=1 bar e T_4=300 K. Il rapporto di compressione è β=5.

Calcolare:
a) la temperatura dell'aria all'ingresso nella turbina,
b) la potenza sviluppata dalla turbina,
c) il rendimento del ciclo.
Si assuma c_p=1,0 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ e k=1,4.

Si assume T_1=T_{amb}

$$T_1 = 20 + 273 = 293\ K$$

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 5^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,58$$

$$= T_{2s} = 1,58 \cdot 293 = 464,06\ K$$

$$\frac{T_3}{T_{4s}} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 5^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,58$$

a) $T_3 = 1,58 \cdot 300 = 475,15\ K$

$$l_T = c_p\left(T_3 - T_4\right) = 1 \cdot \left(475,15 - 300\right) = 175,15\ kJ\ kg^{-1}$$

b) $\dot{L}_T = \dot{m} \cdot l_T = 1,5 \cdot 175,15 = 262,72\ kW$

$$l_C = c_p\left(T_2 - T_1\right) = 1 \cdot \left(464,06 - 293\right) = 171,06\ kJ\ kg^{-1}$$

$$q = c_p\left(T_3 - T_2\right) = 1 \cdot \left(464,06 - 475,146\right) = 11,09\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_{netto} = l_T - l_C = \left(175,15 - 171,06\right) = 4,09\ kJ\ kg^{-1}$$

c) $\eta_{ciclo} = \frac{l_{netto}}{q} = 0,37$

Esercizio 9.9

In un motore con volume al punto morto inferiore V_{PMI}=3 dm^3, operante secondo il ciclo endoreversibile di Otto standard, l'aria all'inizio della fase di compressione è nelle condizioni p_1=1 bar e T_1=27 °C. Alla fine della fase di compressione la pressione è pari a p_2=10 bar.
Il calore ceduto a volume costante con la combustione è pari a q_{23}=2,0 kJ.
Calcolare:
a) volume e temperatura alla fine della fase di compressione (punto 2),
b) pressione e temperatura alla fine della combustione (punto 3),
c) pressione e temperatura alla fine della fase di espansione (punto 4),
d) rendimento del ciclo,
e) potenza meccanica sviluppata dal motore se la velocità è pari a 30 cicli per secondo.
Si assuma c_v=0,72 kJ·kg^{-1}·K^{-1} e k=1,4.

$$T_1 = 27 + 273 = 300\ K$$

$$\rho_v = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{10}{1}\right)^{\frac{1}{1.4}} = 5,18$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \rho_v^{\,k-1} = 5,18^{1,4-1} = 1,93$$

a) $T_2 = T_1 \cdot 1,93 = 300 \cdot 1,93 = 579K$

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{p_1}{p_2}\cdot V_1 = \frac{579}{300}\cdot\frac{1}{10}\cdot 3\cdot 10^{-3} = 0,00058 m^3$$

$$M = \frac{p_1 \cdot V_1}{RT_1} = \frac{1\cdot 10^5 \cdot 3\cdot 10^{-3}}{287\cdot 300} = 0,0035\ kg$$

b) $T_3 = \dfrac{Q_{23}}{M\cdot 0,72} + T_2 = \dfrac{2}{0,0035\cdot 0,72} + 579 = 1376,4\ K$

$$p_3 = \frac{T_3}{T_2}\cdot p_2 = \frac{1376,4}{579}\cdot 10 = 23,76\ bar$$

$$V_3 = V_2$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{1}{\rho_v}\right)^{k-1} = \left(\frac{1}{5,17}\right)^{1,4-1} = 0,51$$

c) $T_4 = T_3 \cdot 0,51 = 1372,2 \cdot 0,51 = 713K$

$$p_4 = p_3\left(\frac{1}{\rho_v}\right)^{k} = 23,76\cdot\left(\frac{1}{5,17}\right)^{1,4} = 2,38\ bar$$

$$V_4 = V_1$$

$$Q_{14} = m\cdot c_v\left(T_4 - T_1\right) = 0,0035\cdot 0,72\cdot\left(713 - 300\right) = 1,036\ kJ$$

d) $\eta_{Otto} = \dfrac{Q_{23} - Q_{14}}{Q_{23}} = \dfrac{2 - 1,008}{2} = 0,48$

e) $\dot{L} = \left(Q_{23} - Q_{14}\right)\cdot\left(\dfrac{2}{30}\right) = \left(2 - 1,036\right)\cdot\left(\dfrac{2}{30}\right) = 0,064\ kW$

Esercizio 9.10

Calcolare il consumo di combustibile (Potere Calorifico 44000 $kJ \cdot kg^{-1}$) di una macchina diretta a vapore operante secondo un ciclo di Rankine a surriscaldamento, capace di sviluppare una potenza utile di 10 MW con un rendimento termodinamico del 45%.

(si assumano i seguenti valori: $\eta_{turbina}$=0,85, $\eta_{caldaia}$=0,90)

$$\dot{M}_f = \frac{\dot{L}_u}{\eta_{caldaia}\eta_{turbina}\eta_{termodinamico}PC} = \frac{10 \cdot 10^3}{0,85 \cdot 0,90 \cdot 0,45 \cdot 44000} = 0.66\ kg\ s^{-1}$$

Esercizio 9.11
Un ciclo endoreversibile chiuso di Joule standard opera tra le temperature di 1200 K e 300 K e sviluppa una potenza meccanica di 100 kW utilizzando un combustibile il cui potere calorifico è 44000 kJ·kg^{-1}.
Calcolare:
a) la portata d'aria,
b) il consumo di combustibile,
c) il rendimento del ciclo.
Si consideri la temperatura di uscita dal compressore uguale a quella di uscita dalla turbina, T2=T4.
Si assuma c_p=1 kJ·kg^{-1}·K^{-1} e k=1,4.

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{T_3}{T_4}, T_2=T_4 \Rightarrow T_2=T_4=\sqrt{T_1 \cdot T_3}=\sqrt{300 \cdot 1200}=600\ K$$

$$\eta_{Joule}=1-\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}=1-\frac{600-300}{1200-600}=0,5$$

$$\dot{L}_t-\dot{L}_c=m_f \cdot PC \cdot \eta_{Joule} \Rightarrow \dot{m}_f=\frac{\dot{L}_t-\dot{L}_c}{PC \cdot \eta_{Joule}}=\frac{100}{44000 \cdot 0,5}=0,0045\ kg\ s^{-1}$$

$$\left(\dot{m}_f+\dot{m}_a\right)c_p\left(T_3-T_4\right)-\dot{m}_a c_p\left(T_2-T_1\right)=\dot{L}_t-\dot{L}_c$$

$$\left(\dot{m}_a+0,0045\right)\cdot 1 \cdot\left(1200-600\right)-\dot{m}_a \cdot 1 \cdot\left(600-300\right)=100 \Rightarrow \dot{m}_a=0,324\ kg\ s^{-1}$$

a) $\dot{m}_a=0,324\ kg\ s^{-1}$
b) $\dot{m}_f=0,0045\ kg\ s^{-1}$
c) $\eta_{Joule}=0,5$

Esercizio 9.12

Il vapore in ingresso in una turbina ha un'entalpia 3050 kJ·kg^{-1} e il vapore in uscita ha entalpia 2070 kJ·kg^{-1}. Nella turbina viene praticato uno spillamento di una portata di 10000 kg·h^{-1} di vapore alla pressione di 3 bar ed entalpia 2400 kJ·kg^{-1}. Lo spillamento viene portato in un miscelatore adiabatico insieme al vapore in uscita dal condensatore (con una entalpia di 120 kJ·kg^{-1}).

Si trascuri il lavoro assorbito dalle pompe e si assuma che all'uscita dallo scambiatore a miscela il fluido sia in condizioni di liquido saturo alla pressione di 2,5 bar.
Calcolare la potenza meccanica sviluppata dalla turbina.

$$\dot{m}_{spill} = 10000\ kg\ h^{-1} = 2{,}78\ kg\ s^{-1}$$

Dalle tabelle termodinamiche dell'acqua in condizioni di saturazione si determina, per interpolazione, l'entalpia del liquido saturo alla pressione di 2,5 bar:

$$h_{u,miscelatore} = 535{,}1\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\dot{m}_{spill} h_{spill} + \left(\dot{m} - \dot{m}_{spill}\right) h_{u,condensatore} = \dot{m} h_{u,miscelatore}$$

$$\dot{m} = \dot{m}_{spill} \left(\frac{h_{u,condensatore} - h_{spill}}{h_{u,condensatore} - h_{u,miscelatore}} \right) = 2{,}78 \left(\frac{120 - 2400}{120 - 535{,}1} \right) = 15{,}27 kg\ s^{-1}$$

$$\dot{L}_t = \dot{m}\left(h_{i,t} - h_{spill}\right) + \left(\dot{m} - \dot{m}_{spill}\right)\left(h_{spill} - h_{u,t}\right) =$$

$$= 15{,}27\left(3050 - 2400\right) + \left(15{,}27 - 2{,}78\right)\left(2400 - 2070\right) = 14047{,}7 kW \approx 14 MW$$

Esercizio 9.13

L'aria che evolve in un ciclo endoreversibile di Joule standard entra nel compressore a p1=100 kPa e T1=290 K. Il rapporto di compressione è pari a 6 e la potenza meccanica sviluppata dalla turbina è pari a 3 volte la potenza meccanica assorbita dal compressore.

Calcolare:

a) la temperatura massima del ciclo,

b) il rendimento termodinamico.

Si assuma k=1,4

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 6^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,69$$

$$T_{2s} = 1,69 \cdot 290 = 483,86\ K$$

$$\frac{T_3}{T_{4s}} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 6^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,69$$

$$\left(T_3 - T_{4s}\right) = 3\left(T_{2s} - T_1\right) = 3\left(483,86 - 290\right) = 581,6\ K$$

Poiché:

$$\frac{T_3}{T_{4s}} = 1,69, \left(T_3 - T_{4s}\right) = 581,6\ K \Rightarrow T_3 = 1451,6\ K, T_4 = 870\ K$$

a) $T_3 = 1451,6\ K$

b) $\eta_{ciclo} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{870 - 290}{1451,6 - 483,86} = 0,4$

Esercizio 9.14
In un ciclo diretto a vapore con rigenerazione costituita da uno scambiatore a miscela il vapore entra in turbina a 40 bar e 400 °C e ne esce a 0,10 bar. Il vapore che alimenta lo scambiatore a miscela è spillato a 4 bar.
Trascurando il lavoro assorbito dalle pompe, calcolare:
a) il rendimento del ciclo con rigenerazione,
b) l'aumento di rendimento rispetto al ciclo operante tra le stesse condizioni ma senza rigenerazione.

A 40 bar e 450 °C:

$$h_3 = 3213,6 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_3 = 6,7960 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

A 0,1 bar:

$$h_l = 191,8 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 2583,9 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 2392,8 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_l = 0,649 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} = 8,148 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 7,501 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

A 4 bar:

$$h_l = 604,4 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 2736,5 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 2131,2 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_l = 1,7757 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} = 6,8902 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 5,1145 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

L'entalpia del fluido all'uscita dalla turbina (punto 4) è data da:

$$s_3 = s_4 = 6,769 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_{vss} - s_l} = \frac{6,7969 - 0,649}{7,501} = 0,82$$

$$h_4 = h_l + x_4 \left(h_{vss} - h_l \right) = 191,8 + 0,82 \cdot 2392,8 = 2153,9 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'entalpia del fluido allo spillamento (punto S) è data da:

$$s_3 = s_{u,s} = 6,769 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$x_{u,s} = \frac{s_{u,s} - s_l}{s_{vss} - s_l} = \frac{6,769 - 1,7757}{5,1145} = 0,976$$

$$h_{u,s} = h_l + x_{u,s} \left(h_{vss} - h_l \right) = 604,4 + 0,976 \cdot 2132,1 = 2685,33 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'entalpia del fluido all'uscita del condensatore (punto 1) è:

$$h_1 = 191,8 \ kJ \ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita dallo scambiatore a miscela il fluido sia in condizioni di liquido saturo alla pressione di 4 bar, l'entalpia del fluido all'uscita dello scambiatore a miscela (punto 5) è:

$$h_5 = 604,4 \; kJ \; kg^{-1}$$

Applicando il primo principio della termodinamica al rigeneratore a miscela si ha:

$$\dot{m}_{spill} h_s + \left(\dot{m} - \dot{m}_{spill} \right) h_1 = \dot{m} h_5$$

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{spill}} = \frac{h_1 - h_{spill}}{h_1 - h_5} = \left(\frac{191.8 - 2685,33}{191.8 - 604,4} \right) = 6,04$$

Il rendimento di primo principio, con rigenerazione, si calcola:

a) $\eta_{rig} = 0,37$

Il rendimento di primo principio, senza rigenerazione, è:

$$\eta = \frac{\cancel{\dot{m}} \left(h_3 - h_4 \right)}{\cancel{\dot{m}} \left(h_3 - h_1 \right)} = \frac{\left(3213,6 - 2153,9 \right)}{\left(3213,6 - 191,8 \right)} = 0,35$$

b) Incremento di efficienza del 1,06%.

Esercizio 9.15

Le temperature misurate in un ciclo endoreversibile di Diesel standard sono T_1=27 °C, T_2=565 °C, T_3=2856 °C, T_4=1497 °C.

Calcolare:

a) il rendimento del ciclo.

$$T_1 = 27 + 273 = 300\ K$$
$$T_2 = 565 + 273 = 838\ K$$
$$T_3 = 2856 + 273 = 3129\ K$$
$$T_4 = 1497 + 273 = 1770\ K$$

a) $$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{k(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(1770 - 300)}{1.4 \cdot (3129 - 838)} = 0,54 \Rightarrow 54\%$$

Esercizio 9.16

Vapore surriscaldato a p_1=25 bar e T_1=350 °C viene espanso in turbina fino alla pressione p_2=5 bar e poi risurriscaldato a pressione costante fino alla temperatura iniziale T_2=350 °C ed espanso fino alla pressione finale p_3=10 kPa.

Calcolare:

a) il lavoro unitario sviluppato nella turbina,

b) il calore unitario fornito nella fase di risurriscaldamento.

Confrontare il lavoro sviluppato con il risurriscaldamento con il lavoro sviluppato nel caso che l'espansione in turbina avvenga senza risurriscaldamento.

A p_1=25 bar e T_1=350 °C:

$$h_1 = 3126,3\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 6,8403\ kJ\ kg^{-1}$$

Considerando le trasformazioni ideali:

$$s_2 = s_1 = 6,8403\ kJ\ kg^{-1}$$

A 5 bar si ha:

$$s_{vs} = 6,8161\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$h_{vs} = 2746,8\ kJ\ kg^{-1}$$

Poiché $s_{vs} < s_2$ all'uscita della prima espansione si ha ancora vapore surriscaldato alla temperatura:

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 350\left(\frac{5}{25}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 221°C$$

Dalle tabelle termodinamiche, per il vapore saturo a p_2=5 bar, per interpolazione, si ha:

$$h_2 = 2793,51\ kJ\ kg^{-1}$$

L'entalpia del vapore risurriscaldato a p_2=5 bar e T_2=350 °C è:

$$h_3 = 3167,7\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_3 = 7,6329\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Considerando le trasformazioni ideali:

$$s_3 = s_4 = 7,6329\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

A 10 kPa:

$$h_l = 191,71\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 2583,9\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 2392,2\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_l = 0,6489\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vs} = 8,1480\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 7,4991\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché $s_{vs} > s_4$ all'uscita della turbina di bassa si ha in parte vapore condensato:

$$x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_{vss} - s_l} = \frac{7,6329 - 0,6489}{7,4991} = 0,93$$

$$h_4 = h_l + x_4\left(h_{vss} - h_l\right) = 191,71 + 0,93 \cdot 2392,2 = 2419,6 \ kJ\ kg^{-1}$$

a) $l_t = \left(h_1 - h_2\right) + \left(h_3 - h_4\right) = \left(3126,3 - 2793,51\right) + \left(3167,7 - 2419,6\right) = 1080,9 \ kJ\ kg^{-1}$

b) $q_{surr} = \left(h_3 - h_2\right) = \left(3167,7 - 2793,51\right) = 374,2 \ kJ\ kg^{-1}$

Esercizio 9.17

Come cambia il rendimento di un ciclo endoreversibile di Diesel standard se con rapporto volumetrico di compressione ρ_V =15 se il rapporto volumetrico di introduzione (cut-off ratio) passa da τ=1,7 a τ=2,2?

Si assuma k=1,4.

Con τ=1,7:

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{\rho_v^{k-1}} \left[\frac{\tau^k - 1}{k(\tau - 1)} \right] = 1 - \frac{1}{15^{(1,4-1)}} \left[\frac{1,7^{1,4} - 1}{1,4(1,7-1)} \right] = 0,62 \Rightarrow 62\%$$

Con τ=2,2:

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{\rho_v^{k-1}} \left[\frac{\tau^k - 1}{k(\tau - 1)} \right] = 1 - \frac{1}{15^{(1,4-1)}} \left[\frac{2,2^{1,4} - 1}{1,4(2,2-1)} \right] = 0,59 \Rightarrow 59\%$$

Esercizio 9.18

In un ciclo di Rankine endoveversibile con risurriscaldamento il vapore esce dal generatore di vapore a p_1=20 MPa e T_1=850 K, espande nella turbina di alta e poi viene risurriscaldato a p_2=50 bar fino a T_3=T_1=850 K e poi espanso nella turbina di bassa fino a p_4=10 kPa.

Calcolare:

a) il titolo del vapore all'uscita dalla turbina di bassa,

b) il rendimento termodinamico del ciclo,

c) il titolo de vapore all'uscita dalla turbina e il rendimento termodinamico del ciclo senza risurriscaldamento.

Dalle tabelle termodinamiche, per il vapore saturo p_1=20 MPa e T_1=850 °C, per interpolazione, si ha:

$$h_1 = 4198{,}05 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_1 = 7{,}1687 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Considerando le trasformazioni ideali:

$$s_2 = s_1 = 7{,}1687 \ kJ \ kg^{-1}$$

A 50 bar si ha:

$$s_{vs} = 5{,}9735 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$h_{vs} = 2794{,}6 \ kJ \ kg^{-1}$$

Poiché $s_{vs} < s_2$ all'uscita della prima espansione si ha ancora vapore surriscaldato alla temperatura:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 850 \left(\frac{50}{200} \right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} = 572°C$$

Dalle tabelle termodinamiche, per il vapore surriscaldato a p_2=50 bar e T_3=572 °C, per interpolazione, si ha:

$$h_2 = 3601{,}34 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'entalpia del vapore risurriscaldato a p_2=50 bar e T_3=850 °C è:

$$h_3 = 4257{,}95 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_3 = 7{,}7461 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Considerando le trasformazioni ideali:

$$s_3 = s_4 = 7{,}7461 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

A 10 kPa:

$$h_l = 191{,}71 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 2583{,}9 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 2392{,}2 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_l = 0{,}6489 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} = 8{,}1480 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 7{,}4991 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Poiché $s_{vs} > s_4$ all'uscita della turbina di bassa si ha in parte vapore condensato:

$$x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_{vss} - s_l} = \frac{7,7461 - 0,6489}{7,4991} = 0,946$$

$$h_4 = h_l + x_4 \left(h_{vss} - h_l \right) = 191,71 + 0,946 \cdot 2392,2 = 2455,72 \ kJ \ kg^{-1}$$

a) $x_4 = 0,946$

L'entalpia del fluido all'ingresso del generatore di vapore è:

$$h_{in,gen} = 191,71 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$l_t = \left(h_1 - h_2 \right) + \left(h_3 - h_4 \right) = \left(4198,05 - 3601,34 \right) + \left(4257,95 - 2455,72 \right) = 2398,94 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$q = q_{gen} + q_{ris} = \left(h_1 - h_{in,gen} \right) + \left(h_3 - h_2 \right) = \left(4198,05 - 191,71 \right) + \left(4357,95 - 3601,34 \right) = 4762,95 \ kJ \ kg^{-1}$$

b) $\eta_{ciclo} = \frac{l_t}{q} = \frac{2398,94}{4762,95} = 0,503 \Rightarrow 50,3\%$

Nel caso senza surriscaldamento, considerando le trasformazioni ideali:

$$s_1 = s_4 = 7,1687 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

A 10 kPa:

$$h_l = 191,71 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 2583,9 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 2392,2 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_l = 0,6489 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} = 8,1480 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 7,4991 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_{vss} - s_l} = \frac{7,1687 - 0,6489}{7,4991} = 0,87$$

$$h_4 = h_l + x_4 \left(h_{vss} - h_l \right) = 191,71 + 0,87 \cdot 2392,2 = 2271,52 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$l_t = \left(h_1 - h_4 \right) = \left(4198,05 - 2271,52 \right) = 1917,53 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$q = q_{gen} = \left(h_1 - h_{in,gen} \right) = \left(4198,05 - 191,71 \right) = 4006,34 \ kJ \ kg^{-1}$$

c) $\eta_{ciclo} = \frac{l_t}{q} = \frac{1917,53}{4006,34} = 0,479 \Rightarrow 48\%$

Esercizio 9.19

In un sistema operante secondo il ciclo di Joule endoreversibile standard il gas entra in turbina a $p_2=p_3=6$ bar e $T_3=1000$ K ed espande fino a $p_4=p_1=1$ bar.
Calcolare:
a) la temperatura all'uscita dalla turbina,
b) il lavoro unitario sviluppato dalla turbina,
c) il rendimento del ciclo.
Si assuma: $c_p= 1,05\ kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ e $c_v=0,76\ kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-}$

$$T_3 = 1000\ K$$

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} = 6$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1,05}{0,76} = 1,38$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 6^{\frac{1,38-1}{1,38}} = 1,64$$

a) $$T_4 = \frac{1000}{1,64} = 610\ K$$

b) $$l_T = c_p\left(T_3 - T_4\right) = 1,05 \cdot \left(1000 - 610\right) = 409,5\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo:

$$T_1 = 20°C = 20 + 273 = 293\ K$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 6^{\frac{1,38-1}{1,38}} = 1,64$$

$$T_2 = 1,64 \cdot 293 = 480,5\ K$$

$$l_C = c_p\left(T_2 - T_1\right) = 1,05 \cdot \left(480,5 - 293\right) = 196,9\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_{netto} = l_T - l_C = \left(409,5 - 196,9\right) = 212,6\ kJ\ kg^{-1}$$

$$q = c_p\left(T_3 - T_2\right) = 1,05 \cdot \left(1000 - 480,5\right) = 545,5\ kJ\ kg^{-1}$$

c) $$\eta_{ciclo} = \frac{l_{netto}}{q} = 0,39$$

Esercizio 9.20

Vapore surriscaldato entra in turbina a p_1=40 bar e T_1=450 °C ed espande isentropicamente fino a 0,1 bar.

Calcolare:

a) il titolo del vapore all'uscita dalla turbina,

b) il rendimento del ciclo endoreversibile,

c) il titolo del vapore all'uscita dalla turbina i bassa e il rendimento del ciclo endoreversibile nel caso che il ciclo stesso sia dotato di risurriscaldamento a p_2=10 bar e T_3=T_1.

Dalle tabelle termodinamiche, per il vapore saturo p_1=40bar e T_1=450 °C, per interpolazione, si ha:

$$h_1 = 3329,45 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_1 = 6,9295 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Considerando le trasformazioni ideali:

$$s_1 = s_4 = 6,9295 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

A 0,1 kPa:

$$h_l = 191,71 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 2583,9 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 2392,2 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_l = 0,6489 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} = 8,1480 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 7,4991 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

a) $$x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_{vss} - s_l} = \frac{6,9295 - 0,6489}{7,4991} = 0,8375 \approx 0,84$$

$$h_4 = h_l + x_4 \left(h_{vss} - h_l \right) = 191,71 + 0,8375 \cdot 2392,2 = 2195,23 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$l_t = \left(h_1 - h_4 \right) = \left(3329,45 - 2195,23 \right) = 1134,22 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$q = q_{gen} = \left(h_1 - h_{in,gen} \right) = \left(3329,45 - 191,71 \right) = 3137,74 \ kJ \ kg^{-1}$$

Trascurando il lavoro assorbito dalla pompa:

b) $$\eta_{ciclo} = \frac{l_t}{q} = \frac{1134,22}{3137,74} = 0,36 \Rightarrow 36\%$$

Si consideri ora il caso in cui si effettua un surriscaldamento del vapore.

Considerando le trasformazioni ideali:

$$s_1 = s_2 = 6,9295 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Alla pressione di 10 bar si ha:

$$s_{vs} = 6,5843 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

$$h_{vs} = 2777,5 \ kJ \ kg^{-1}$$

Poiché $s_{vs} < s_2$ all'uscita della prima espansione si ha ancora vapore surriscaldato alla temperatura :(considerando k=1,4)

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 450 \left(\frac{10}{40} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 302,83°C$$

Dalle tabelle termodinamiche, per il vapore surriscaldato a p_2=10 bar e T_3=302,83 °C, per interpolazione, si ha:

$$h_2 = 3057{,}2\ kJ\ kg^{-1}$$

L'entalpia del vapore risurriscaldato a p_2=10 bar e T_3=450 °C è:

$$h_3 = 3371{,}2\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_3 = 7{,}6136\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Considerando le trasformazioni ideali:

$$s_3 = s_4 = 7{,}6136\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

A 10 kPa:

$$h_l = 191{,}71\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 2583{,}9\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 2392{,}2\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_l = 0{,}6489\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vs} = 8{,}1480\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 7{,}4991\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché $s_{vs} > s_4$ all'uscita della turbina di bassa si ha in parte vapore condensato:

$$x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_{vss} - s_l} = \frac{7{,}6136 - 0{,}6489}{7{,}4991} = 0{,}93$$

$$h_4 = h_l + x_4\left(h_{vss} - h_l\right) = 191{,}71 + 0{,}93 \cdot 2392{,}2 = 2413{,}45\ kJ\ kg^{-1}$$

a) $x_4 = 0{,}93$

L'entalpia del fluido all'ingresso del generatore di vapore è:

$$h_{in,gen} = 191{,}71\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_t = \left(h_1 - h_2\right) + \left(h_3 - h_4\right) = \left(3329{,}45 - 3057{,}2\right) + \left(3371{,}2 - 2413{,}45\right) = 1223\ kJ\ kg^{-1}$$

$$q = q_{gen} + q_{ris} = \left(h_1 - h_{in,gen}\right) + \left(h_3 - h_2\right) = \left(3329{,}45 - 191{,}71\right) + \left(3371{,}2 - 3057{,}2\right) = 3451{,}71\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\eta_{ciclo} = \frac{l_t}{q} = \frac{1223}{3451{,}71} = 0{,}354 \Rightarrow 35{,}4\%$$

Esercizio 9.21

Il rendimento termodinamico di un ciclo endoreversibile di Otto standard è pari al 55%. Considerando k=1,4, calcolare:

a) il rapporto volumetrico di compressione.

Il rendimento del ciclo Otto è dato da:

$$\eta_{Otto} = 1 - \frac{1}{\rho_v^{\,k-1}}$$

$$\eta_{Otto} = 1 - \frac{1}{\rho_v^{\,k-1}} \Rightarrow \rho_v = \left(\frac{1}{1-\eta_{Otto}} \right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{1}{1-0,55} \right)^{\frac{1}{1,4-1}} = 7,36$$

Esercizio 9.22

La pressione minima e la temperatura minima in un ciclo endoreversibile di Otto standard sono, rispettivamente, 20 °C e 100 kPa.

Se il rapporto volumetrico di compressione è pari a 10 e il calore ceduto in un ciclo al fluido con la combustione è pari a 1000 kJ·kg^{-1}, calcolare:

a) pressioni e temperature nei 4 punti significativi del ciclo di Otto,

b) il lavoro specifico e il rendimento termodinamico.

Si assuma k=1,4 e cv=0,72 kJ·kg^{-1}·K^{-1}

$$T_1 = 20 + 273 = 293\ K$$
$$\rho_v = 10$$
$$\frac{T_2}{T_1} = \rho_v^{\ k-1} = 10^{1,4-1} = 2,51$$
$$T_2 = T_1 \cdot 2,51 = 293 \cdot 2,51 = 736K$$
$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 1\left(\frac{293}{736}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 25,1\ bar$$
$$T_3 = \frac{q_{23}}{c_v} + T_2 = \frac{1000}{0,72} + 736 = 2124,9\ K$$
$$p_3 = \frac{T_3}{T_2} \cdot p_2 = \frac{2124,9}{736} \cdot 25,1 = 72,5\ bar$$
$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{1}{\rho_v}\right)^{k-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^{1,4-1} = 0,398$$
$$T_4 = T_3 \cdot 0,398 = 2124,9 \cdot 0,398 = 846\ K$$
$$p_4 = p_3 \left(\frac{1}{\rho_v}\right)^{k} = 72,5 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{1,4} = 2,89\ bar$$

a) $T_1 = 20 + 273 = 293\ K$

$p_1 = 1\ bar$

$T_2 = T_1 \cdot 2,51 = 293 \cdot 2,51 = 736K$

$p_2 = 25,1\ bar$

$T_3 = 2124,9\ K$

$p_3 = 72,5\ bar$

$T_4 = 846\ K$

$p_4 = 2,89\ bar$

b) $l = c_v\left(T_3 - T_2\right) - c_v\left(T_4 - T_1\right) = 0,72\left(2124,9 - 736\right) - 0,72\left(846\text{-}293\right) = 601,85\ kJ\ kg^{-1}$

$$\eta_{Otto} = \frac{l}{q_{23}} = \frac{601,85}{1000} = 0,602 \Rightarrow 60,2\%$$

Esercizio 9.23

In un ciclo endoreversibile aperto di Joule standard l'aria entra nel compressore a p_1=1 bar e T_1=30 °C ed esce a p_2=4 bar. L'ingresso in turbina avviene a T_3=1000 K.

Calcolare:

a) il rendimento del ciclo,

b) l'energia termica assorbita in camera di combustione,

c) la temperatura dell'aria all'uscita dalla turbina,

d) il lavoro utile,

e) il calore ceduto all'ambiente esterno.

Si assuma c_p=1 kJ·kg^{-1}·K^{-1} e k=1,4.

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} = 4$$

$$\varepsilon = \frac{k-1}{k} = \frac{1,4-1}{1,4} = 0,286$$

a) $$\eta = 1 - \frac{1}{\beta^{\varepsilon}} = 1 - \frac{1}{4^{0,286}} = 0,327 \Rightarrow 32,7\%$$

$$T_3 = 1000\ K$$

$$T_1 = 30 + 273 = 303\ K$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 4^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,486$$

$$T_2 = 1,486 \cdot 303 = 450,26\ K$$

b) $$q_{in} = c_p\left(T_3 - T_2\right) = 1 \cdot \left(1000 - 450,26\right) = 549,7\ kJ\ kg^{-1}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 4^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1,486$$

c) $$T_4 = \frac{1000}{1,486} = 672,95\ K$$

$$l_C = c_p\left(T_2 - T_1\right) = 1 \cdot \left(450,26 - 303\right) = 147,26\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_T = c_p\left(T_3 - T_4\right) = 1 \cdot \left(1000 - 672,95\right) = 327,05\ kJ\ kg^{-1}$$

d) $$l_{utile} = l_T - l_C = \left(327,05 - 147,26\right) = 179,79\ kJ\ kg^{-1}$$

Alternativamente:

$$l_{utile} = q_{in} \cdot \eta_{ciclo} = 549,7 \cdot 0,327 = 179,77\ kJ\ kg^{-1}$$

$$q_{out} = q_{in} - l = 549{,}7 - 179{,}79 = 369{,}9\ kJ\ kg^{-1}$$
$$T_3 = 850 + 273 = 1123\ K$$
$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 7^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} = 1{,}74$$
$$T_{2s} = 1{,}74 \cdot 300 = 523{,}1\ K$$
$$T_2 = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_C} + T_1 = \frac{523{,}1 - 300}{0{,}8} + 300 = 578{,}8\ K$$
$$\frac{T_3}{T_{4s}} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = 7^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} = 1{,}74$$
$$T_{4s} = \frac{1123}{1{,}74} = 644{,}0\ K$$
$$T_4 = T_3 - \left(T_3 - T_{4s}\right)\eta_T = 1125 - 0{,}85\left(1125 - 645{,}2\right) = 715{,}9\ K$$

f) $l_C = c_p\left(T_2 - T_1\right) = 1 \cdot \left(578{,}8 - 300\right) = 278{,}8\ kJ\ kg^{-1}$

g) $l_T = c_p\left(T_3 - T_4\right) = 1 \cdot \left(1123 - 715{,}9\right) = 407{,}1\ kJ\ kg^{-1}$

h) $q = c_p\left(T_3 - T_2\right) = 1 \cdot \left(1123 - 578{,}8\right) = 544{,}2\ kJ\ kg^{-1}$

$l_{netto} = l_T - l_C = \left(407{,}1 - 278{,}8\right) = 128{,}2\ kJ\ kg^{-1}$

i) $\eta_{ciclo} = \frac{l_{netto}}{q} = 0{,}24$

j) $T_4 = 716\ K$

capitolo 10

Esercizio 10.1

Una pompa di calore operante secondo un ciclo a compressione di vapore standard tra le pressioni p_{EV}=3 bar e p_{CO}=16 bar elabora una portata massica di 0,25 $kg\cdot s^{-1}$ di refrigerante R134a.
La pompa di calore è utilizzata per riscaldare un serbatoio di acqua della capacità di 3000 litri.
Calcolare:
a) il tempo necessario a riscaldare l'acqua nel serbatoio da T_1=35 °C a T_2=45 °C,
b) il tempo necessario a riscaldare l'acqua nel serbatoio tra le stesse temperature se si usasse una resistenza elettrica che usi la spessa potenza elettrica richiesta dalla pompa di calore.
Si assuma c_{acqua}=4,186 $kJ\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}$.

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 247,52\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,9187\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Assumendo le trasformazioni ideali:

$$s_2 = s_1 = 0,9187\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_2 = 287,11\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 134,02\ kJ\ kg^{-1}$$

La potenza termica ceduta dalla pompa di calore è data da:

$$\dot{Q}_a = \dot{m}_{R134a}\left(h_2 - h_3\right) = 0,25\left(287,11 - 134,02\right) = 38,3\ kW$$

$$\dot{Q}_a = \dot{Q}_w = \rho_w \dot{V}_W c_w \left(T_{out,w} - T_{in,w}\right)$$

$$\dot{V}_W = \frac{\dot{Q}_w}{\rho_w c_w \left(T_{out,w} - T_{in,w}\right)} = \frac{38,3}{1000 \cdot 4,186 \cdot \left(45 - 35\right)} = 9,15 \cdot 10^{-4} m^3 s^{-1}$$

a) $t = \dfrac{V_w}{\dot{V}_W} = \dfrac{3}{9,15 \cdot 10^{-4}} = 3281,2\ s \approx 54,7\ \ min$

La potenza elettrica richiesta dalla pompa di calore è data da:

$$\dot{L} = \dot{m}_{R134a}\left(h_2 - h_1\right) = 0,25\left(287,11 - 248,805\right) = 9,58\ kW$$

$$\dot{L} = \dot{Q}_w = \rho_w \dot{V}_W c_w \left(T_{out,w} - T_{in,w}\right)$$

$$\dot{V}_W = \frac{\dot{Q}_w}{\rho_w c_w \left(T_{out,w} - T_{in,w}\right)} = \frac{9,58}{1000 \cdot 4,186 \cdot \left(45 - 35\right)} = 2,29 \cdot 10^{-4} m^3 s^{-1}$$

b) $t = \dfrac{V_w}{\dot{V}_W} = \dfrac{3}{2,29 \cdot 10^{-4}} = 13113,7\ s \approx 218,6\ \ min$

Esercizio 10.2

Si deve raffreddare una portata di 25 kg·s^{-1} di acqua da 12 °C a 7 °C tramite una macchina frigorifera operante secondo un ciclo a compressione di vapore reale con refrigerante R134a.
La macchina frigorifera lavora tra le pressioni p_{EV}=3,2 bar e p_{CO}=16 bar e il rendimento isentropico del compressore è pari a 0,85. Essa è inoltre dotata di uno scambiatore liquido-aspirazione che garantisce un sottoraffreddamento del refrigerante all'uscita dal condensatore pari a 5 °C.
Calcolare:
a) la capacità frigorifera della macchina,
b) la potenza meccanica assorbita dal compressore,
c) il COP della macchina,
d) l'efficienza di secondo principio.
Si assuma c_{acqua}=4,186 kJ·kg^{-1}·K^{-1}.

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 6), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_6 = 248{,}66 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_6 = 0{,}9177 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 134{,}02 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$s_3 = 0{,}4714 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Il calore specifico dell'R134a liquido a temperatura ambiente (vicina a quella operativa) si trova sulle tabelle e vale:

$$c_{R134a} = 1{,}42 \ kJkg^{-1} K^{-1}$$

Per cui:

$$h_4 = h_3 + c\Delta T = 134{,}02 + 1{,}42(-5) = 126{,}92 \ kJ \ kg^{-1}$$

Dall'altro lato dello scambiatore è:

$$h_1 = h_6 + c\Delta T = 248{,}66 + 1{,}42(+5) = 255{,}76 \ kJ \ kg^{-1}$$

In corrispondenza della coppia di proprietà:

$$h_1 = 255{,}76 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$p_1 = p_{ev} = 3{,}2 \ bar$$

Sulle tabelle del vapore surriscaldato è possibile valutare l'entropia pari a:

$$s_1 = 0{,}9431 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Poiché:

$$s_1 = s_{2s} = 0{,}9431 \ kJ \ kg^{-1} K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato:

$$h_{2s} = 290{,}47 \ kJ \ kg^{-1}$$

Introducendo il rendimento isoentropico del compressore:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_C} + h_1 = \frac{290{,}47 - 255{,}76}{0{,}85} + 255{,}76 = 296{,}6 \ kJkg^{-1}$$

A questo punto, tenendo conto che:

$$h_5 = h_4 = 126{,}92 \ kJ \ kg^{-1}$$

La capacità frigorifera della macchina è data da:

a) $q_b = (h_6 - h_5) = (248,66 - 126,92) = 121,74\ kJ\ kg^{-1}$

La portata di refrigerante è data da:

$$\dot{Q}_w = \dot{m}_w c_w \Delta T_W = \dot{m}_{R134a} q_b = (h_6 - h_5)$$

$$\dot{m}_{R134a} = \frac{\dot{m}_w c_w \Delta T_W}{q_b} = \frac{25 \cdot 4,186 \cdot (12-7)}{121,74} = 4,3\ kg\ s^{-1}$$

La potenza meccanica assorbita dal compressore è:

$$l_c = (h_2 - h_1) = (296,6 - 248,66) = 47,94\ kJ\ kg^{-1}$$

b) $\dot{L} = \dot{m}_{R134a} \cdot l_c = 4,3 \cdot 47,94 = 206\ kW$

Il C.O.P. della macchina frigorifera vale:

c) $C.O.P. = \dfrac{q_b}{l_c} = \dfrac{121,74}{47,94} = 2,54$

Il rendimento di secondo principio è dato da:

$$p_{EV} = 3,2\ bar \Rightarrow T_{EV} = 2,48°C = 275,63\ K$$

$$p_{CO} = 16\ bar \Rightarrow T_{CO} = 57,92°C = 331,07\ K$$

$$\eta_{rev} = \frac{T_{EV}}{T_{CO} - T_{EV}} = \frac{275,63}{331,07 - 275,63} = 4,97$$

d) $\psi = \dfrac{C.O.P.}{\eta_{rev}} = \dfrac{2,54}{4,97} = 0,51$

Esercizio 10.3

Le temperature di evaporazione e di condensazione di un ciclo inverso di Carnot con refrigerante R134a sono T_{EV}=-5 °C e T_{CO}=35 °C, e la portata in massa di refrigerante è pari a 0,20 kg·s^{-1}.

Calcolare:

a) il titolo del vapore all'ingresso nell'evaporatore,

b) la capacità frigorifera,

c) la potenza meccanica assorbita dal compressore,

d) il COP del ciclo,

e) il coefficiente di prestazione di secondo principio.

Alla temperatura di evaporazione:

$$T_{EV} = -5°C \Rightarrow p_{EV} = 2,4\ bar$$

$$h_l = 42,95\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 244,09\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 201,14\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_l = 0,1710\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} = 0,9222\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 0,7512\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

All'uscita del condensatore (punto 3), il fluido si trova nelle condizioni:

$$h_3 = 99,56\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_3 = 0,3656\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

Poiché:

$$s_3 = s_4$$

a) $$x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_{vs} - s_l} = \frac{0,3656 - 0,1710}{0,7512} = 0,26$$

$$h_4 = h_l + x_4 \left(h_{vs} - h_l \right) = 42,95 + 0,26 \cdot 201,14 = 95,24\ kJ\ kg^{-1}$$

Dalle tabelle termodinamiche dell'R134a:

$$h_2 = 266,16\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_2 = 0,9054\ kJ\ kg^{-1}$$

Poiché:

$$s_1 = s_2$$

$$x_1 = \frac{s_1 - s_l}{s_{vs} - s_l} = \frac{0,9054 - 0,1710}{0,7512} = 0,98$$

$$h_1 = h_l + x_1 \left(h_{vs} - h_l \right) = 42,95 + 0,98 \cdot 201,14 = 239,6\ kJ\ kg^{-1}$$

b) $$q_b = \left(h_1 - h_4 \right) = \left(266,16 - 95,24 \right) = 170,9\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_c = \left(h_2 - h_1 \right) = \left(266,16 - 239,6 \right) = 26,56\ kJ\ kg^{-1}$$

c) $$\dot{L} = \dot{m}_{R134a} \cdot \left(h_2 - h_1 \right) = 0,2 \cdot \left(266,16 - 239,6 \right) = 5,3\ kW$$

$$l_t = \left(h_3 - h_4 \right) = \left(99,56 - 95,24 \right) = 4,32\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_n = l_c - l_t = \left(h_3 - h_4 \right) = 26,56 - 4,32 = 22,24\ kJ\ kg^{-1}$$

d) $C.O.P. = \frac{q_b}{l_c} = \frac{170,9}{22,24} = 7,7$

$$T_{EV} = -5°C = 268,15\ K$$

$$T_{CO} = 35°C = 308,15\ K$$

e) $\eta_{rev} = \frac{T_{EV}}{T_{CO} - T_{EV}} = \frac{268,15}{308,15 - 268,15} = 6,7$

Esercizio 10.4

La temperatura di evaporazione in una pompa di calore operante secondo un ciclo a compressione di vapore reale con refrigerante R134a viene misurata pari a T_{EV}=8 °C.

Il compressore realizza un rapporto di compressione pari a 4 con un rendimento isentropico pari a 0,9.

Calcolare:

a) la potenza termica unitaria,

b) il COP del ciclo.

$$T_{EV} = 8°C \Rightarrow p_{EV} = 0,39\ MPa \approx 0,4\ MPa$$

$$p_{CO} = 4p_{EV} = 1,56\ MPa \approx 1,6\ MPa$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 252,32\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,9145\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché

$$s_{2s} = s_1 = 0,9145\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_{2s} = 281,04\ kJ\ kg^{-1}$$

Introducendo il rendimento isoentropico del compressore:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_C} + h_1 = \frac{281,04 - 252,32}{0,9} + 252,32 = 284,23\ kJkg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 134,02\ kJ\ kg^{-1}$$

a) $q_a = \left(h_2 - h_3\right) = \left(284,23 - 134,03\right) = 150,2\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$

$$l_c = \left(h_2 - h_1\right) = \left(284,23 - 252,32\right) = 31,9\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

b) $C.O.P. = \dfrac{q_a}{l_c} = \dfrac{150,2}{31,9} = 4,7$

Esercizio 10.5

Una pompa di calore opera secondo un ciclo a compressione di vapore con il refrigerante R134a tra le temperature T_{EV}=5 °C e T_{CO}=55 °C. Calcolare:

a) il COP e l'efficienza di secondo principio del ciclo endoreversibile standard,

b) il COP e l'efficienza di secondo principio nel caso che il compressore operi con un rendimento isentropico pari a 0,85.

$$T_{EV} = 5°C \Rightarrow p_{EV} = 0,35\ MPa$$

$$T_{CO} = 55°C \Rightarrow p_{EV} = 1,5\ MPa$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 250,1\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,9164\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Nel caso di ciclo endoreversibile standard:

$$s_2 = s_1 = 0,9164\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_2 = 280,65\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 129,64\ kJ\ kg^{-1}$$

$$q_a = (h_2 - h_3) = (280,65 - 129,64) = 151,25\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$l_c = (h_2 - h_1) = (280,65 - 250,1) = 30,55\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

a) $$C.O.P._{rev} = \frac{q_a}{l_c} = \frac{151,25}{30,55} = 4,95$$

Nel caso di ciclo reale:

$$s_{2s} = s_1 = 0,9164\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_{2s} = 280,65\ kJ\ kg^{-1}$$

Introducendo il rendimento isoentropico del compressore:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_C} + h_1 = \frac{280,65 - 250,1}{0,85} + 250,1 = 286,04\ kJkg^{-1}$$

$$q_a = (h_2 - h_3) = (286,04 - 129,64) = 156,4\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$l_c = (h_2 - h_1) = (286,04 - 250,1) = 35,94\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

b) $$C.O.P. = \frac{q_a}{l_c} = \frac{156,4}{35,94} = 4,35$$

Esercizio 10.6

Un ciclo a compressione di vapore standard utilizza il refrigerante R134a come fluido di lavoro e, evaporando a T_{EV}=-10 °C e condensando a T_{CO}=40 °C, sviluppa una capacità frigorifera di 50 kW. Calcolare:

a) la portata massica di refrigerante,
b) il titolo del vapore all'ingresso nell'evaporatore,
c) la potenza meccanica assorbita dal compressore
d) la portata volumetrica di refrigerante all'aspirazione del compressore,
e) il COP del ciclo,
f) il coefficiente di prestazione di secondo principio.

$$T_{EV} = -10°C \Rightarrow p_{EV} = 0,2\ MPa$$
$$T_{CO} = 40°C \Rightarrow p_{EV} = 1,0\ MPa$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 241,30\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_1 = 0,9253\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Nel caso di ciclo endoreversibile standard:

$$s_2 = s_1 = 0,9253\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_2 = 268,7\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 105,29\ kJ\ kg^{-1}$$

Poiché:

$$h_4 = h_3 = 105,29\ kJ\ kg^{-1}$$
$$q_b = (h_1 - h_4) = (241,30 - 105,29) = 136,01\ kJ\ kg^{-1}$$

a) $$\dot{m}_{R134a} = \frac{\dot{Q}_b}{(h_1 - h_4)} = \frac{50}{136,01} = 0,367\ kg\ s^{-1}$$

Alla pressione di evaporazione:

$$h_l = 36,84\ kJ\ kg^{-1}$$
$$h_{vs} = 241,3\ kJ\ kg^{-1}$$
$$h_{vs} - h_l = 204,46\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_l = 0,1418\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$s_{vs} = 0,9253\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$s_{vs} - s_l = 0,7835\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

b) $$x_4 = \frac{h_4 - h_l}{h_{vs} - h_l} = \frac{105,29 - 36,84}{204,46} = 0,335$$

$$l_c = (h_2 - h_1) = (286,7 - 241,30) = 43,4\ kJ\ kg^{-1}$$

c) $$\dot{L} = \dot{m}_{R134a} \cdot l_c = 0,367 \cdot 43,4 = 15,9\ kW$$

Il volume specifico del fluido in aspirazione al compressore è dato da:

$$v_1 = 0,0993\ m^3 kg^{-1}$$

d) $\dot{V}_{R134a} = \dot{m}_{R134a} \cdot v_1 = 0,367 \cdot 0,0993 = 0,036\ m^3 s^{-1}$

e) $C.O.P. = \dfrac{q_b}{l_c} = \dfrac{136,01}{43,4} = 3,13$

$$\eta_{rev} = \frac{T_{EV}}{T_{CO} - T_{EV}} = \frac{(-10 + 273,15)}{(40 + 273,15) - (-10 + 273,15)} = 5,26$$

f) $\psi = \dfrac{C.O.P.}{\eta_{rev}} = \dfrac{3,13}{5,26} = 0,6$

Esercizio 10.7

Si deve riscaldare una portata di 10 kg·s^{-1} di acqua da 35 °C a 45 °C tramite una pompa di calore operante secondo un ciclo a compressione di vapore reale con refrigerante R134a.
La pompa di calore lavora tra le pressioni p_{EV}=2 bar e p_{CO}=16 bar e il rendimento isentropico del compressore è pari a 0,80.
Calcolare:
a) la potenza termica ceduta dalla pompa di calore all'acqua,
b) la potenza meccanica assorbita dal compressore,
c) il COP della pompa di calore.
Si assuma c_{acqua}=4,186 kJ·kg^{-1}·K^{-1}.

La potenza termica ceduta dalla pompa di calore all'acqua è data da:

a) $\dot{Q}_a = \dot{Q}_w = \dot{m}_w c_w \left(T_{out,w} - T_{in,w}\right) = 10 \cdot 4,186 \cdot (45-35) = 418,6\ kW$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 241,30\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,9253\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

Poiché:

$$s_{2s} = s_1 = 0,9253\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_{2s} = 284,6\ kJ\ kg^{-1}$$

Introducendo il rendimento isoentropico del compressore:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_C} + h_1 = \frac{284,6 - 241,3}{0,80} + 241,3 = 295,42\ kJkg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 134,02\ kJ\ kg^{-1}$$

La portata di refrigerante è data da:

$$\dot{m}_{R134a} = \frac{\dot{Q}_a}{(h_2 - h_3)} = \frac{418,6}{(295,42 - 134,02)} = 2,6\ kg\ s^{-1}$$

La potenza meccanica assorbita dal compressore è data da:

b) $\dot{L} = \dot{m}_{R134a} \cdot (h_2 - h_1) = 2,6(295,42 - 241,3) = 140,7\ kW$

c) $C.O.P. = \dfrac{\dot{Q}_a}{\dot{L}} = \dfrac{418,6}{140,7} = 2,98$

Esercizio 10.8

Una macchina frigorifera opera con refrigerante R134a tra le temperature T_{EV}=0 °C e T_{CO}=50 °C su un ciclo a compressione di vapore reale dotato di scambiatore liquido-aspirazione capace di realizzare un sottoraffreddamento del refrigerante all'uscita dal condensatore pari a 10 °C.
Se il rendimento isentropico del compressore è pari a 0,90, calcolare:
a) le pressioni di evaporazione e condensazione,
b) il titolo del vapore all'uscita dalla valvola di laminazione,
c) il COP del ciclo,
d) il rapporto di compressione del compressore.

a) $T_{EV} = 0°C \Rightarrow p_{EV} = 0{,}293\ MPa$
$T_{CO} = 50°C \Rightarrow p_{CO} = 1{,}32\ MPa$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 6), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_6 = 247{,}21\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_6 = 0{,}9189\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 121{,}46\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_3 = 0{,}4337\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Il calore specifico dell'R134a liquido a temperatura ambiente (vicina a quella operativa) si trova sulle tabelle e vale:

$$c_{R134a} = 1{,}42\ kJkg^{-1}K^{-1}$$

Per cui:

$$h_4 = h_3 + c\Delta T = 121{,}46 + 1{,}42(-10) = 107{,}26\ kJ\ kg^{-1}$$

Dall'altro lato dello scambiatore è:

$$h_1 = h_6 + c\Delta T = 247{,}21 + 1{,}42(+10) = 261{,}41\ kJ\ kg^{-1}$$

In corrispondenza della coppia di proprietà:

$$h_1 = 261{,}41\ kJ\ kg^{-1}$$
$$p_1 = p_{ev} = 0{,}293\ bar$$

Sulle tabelle del vapore surriscaldato è possibile, per interpolazione, valutare l'entropia pari a:

$$s_1 = 0{,}9730\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché:

$$s_1 = s_{2s} = 0{,}9730\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato:

$$h_{2s} = 296{,}77\ kJ\ kg^{-1}$$

Introducendo il rendimento isoentropico del compressore:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_C} + h_1 = \frac{296{,}77 - 261{,}41}{0{,}9} + 261{,}41 = 300{,}7\ kJkg^{-1}$$

A questo punto, tenendo conto che:

$$h_5 = h_4 = 107{,}26\ kJ\ kg^{-1}$$

Alla pressione di evaporazione:

$$h_l = 49,99 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 247,21 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 197,22 \ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_l = 0,1969 \ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vs} = 0,9189 \ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 0,722 \ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

b) $$x_5 = \frac{h_5 - h_l}{h_{vs} - h_l} = \frac{107,26 - 49,99}{197,22} = 0,29$$

La capacità frigorifera della macchina è data da:

$$q_b = \left(h_6 - h_5\right) = \left(247,21 - 107,26\right) = 139,95 \ kJ\ kg^{-1}$$

L'energia per unità di massa assorbita dal compressore è:

$$l_c = \left(h_2 - h_1\right) = \left(300,7 - 261,41\right) = 39,29 \ kJ\ kg^{-1}$$

Il C.O.P. della macchina frigorifera vale:

c) $$C.O.P. = \frac{q_b}{l_c} = \frac{139,95}{39,29} = 3,56$$

Il rapporto di compressione del compressore è dato da:

d) $$r_c = \frac{p_{CO}}{p_{EV}} = \frac{1,32}{0,293} = 4,5$$

Esercizio 10.9

Un ciclo a compressione di vapore reale opera con il fluido R134 a come refrigerante e sviluppa una potenza frigorifera di 25 kW. La temperatura di evaporazione è pari a T_{EV}=-20 °C e la temperatura di condensazione è pari a T_{CO}=40 °C. Il rendimento isentropico del compressore è η_C=0,80.

Calcolare:

a) la portata massica di refrigerante,

b) la potenza meccanica assorbita dal compressore

c) il COP del ciclo,

d) il rapporto di compressione del compressore.

$$T_{EV} = -20°C \Rightarrow p_{EV} = 0,133\ MPa$$
$$T_{CO} = 40°C \Rightarrow p_{EV} = 1,0\ MPa$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 235,31\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_1 = 0,9332\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché:

$$s_{2s} = s_1 = 0,9332\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_{2s} = 277,14\ kJ\ kg^{-1}$$

Introducendo il rendimento isoentropico del compressore:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_C} + h_1 = \frac{277,14 - 235,31}{0,8} + 235,31 = 287,6\ kJkg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 105,29\ kJ\ kg^{-1}$$

Poiché:

$$h_4 = h_3 = 105,29\ kJ\ kg^{-1}$$
$$q_b = (h_1 - h_4) = (235,31 - 105,29) = 130,02\ kJ\ kg^{-1}$$

a) $$\dot{m}_{R134a} = \frac{\dot{Q}_b}{(h_1 - h_4)} = \frac{25}{130,02} = 0,19\ kg\ s^{-1}$$

La potenza meccanica assorbita dal compressore è data da:

b) $$\dot{L} = \dot{m}_{R134a} \cdot (h_2 - h_1) = 0,19 \cdot (287,6 - 235,31) = 9,94\ kW$$

Il coefficiente di prestazione è dato da:

c) $$C.O.P. = \frac{\dot{Q}_b}{\dot{L}} = \frac{25}{9,34} = 2,51$$

Il rapporto di compressione del compressore è dato da:

d) $$r_c = \frac{p_{CO}}{p_{EV}} = \frac{1,0}{0,133} = 7,5$$

Esercizio 10.10

Una pompa di calore opera con refrigerante R134a tra le pressioni p_{EV}=4 bar e p_{CO}=16 bar su un ciclo a compressione di vapore con sottoraffreddamento di 5 °C.

Se il rendimento isentropico del compressore è pari a 0,90, calcolare:

a) le temperature di evaporazione e condensazione,

b) il titolo del vapore all'uscita dalla valvola di laminazione,

c) il COP del ciclo.

a) $p_{EV} = 0,4\ MPa \Rightarrow T_{EV} = 8,93°C$

$p_{CO} = 1,6\ MPa \Rightarrow T_{CO} = 57,92°C$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 6), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_6 = 252,32\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_6 = 0,9145\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 134,02\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_3 = 0,4714\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Il calore specifico dell'R134a liquido a temperatura ambiente (vicina a quella operativa) si trova sulle tabelle e vale:

$$c_{R134a} = 1,42\ kJkg^{-1}K^{-1}$$

Per cui:

$$h_4 = h_3 + c\Delta T = 134,02 + 1,42(-5) = 126,92\ kJ\ kg^{-1}$$

Dall'altro lato dello scambiatore è:

$$h_1 = h_6 + c\Delta T = 252,32 + 1,42(+5) = 259,42\ kJ\ kg^{-1}$$

In corrispondenza della coppia di proprietà:

$$h_1 = 259,42\ kJ\ kg^{-1}$$

$$p_1 = p_{ev} = 0,4\ bar$$

Sulle tabelle del vapore surriscaldato è possibile, per interpolazione, valutare l'entropia pari a:

$$s_1 = 1,018\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché:

$$s_1 = s_{2s} = 1,018\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato:

$$h_{2s} = 316,9\ kJ\ kg^{-1}$$

Introducendo il rendimento isoentropico del compressore:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_C} + h_1 = \frac{316,9 - 259,42}{0,9} + 259,43 = 323,3\ kJkg^{-1}$$

A questo punto, tenendo conto che:

$$h_5 = h_4 = 126,92\ kJ\ kg^{-1}$$

Alla pressione di evaporazione:

$$h_l = 62{,}00\ kJ\ kg^{-1}$$
$$h_{vs} = 252{,}32\ kJ\ kg^{-1}$$
$$h_{vs} - h_l = 190{,}32\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_l = 0{,}2399\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$
$$s_{vs} = 0{,}9145\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$
$$s_{vs} - s_l = 0{,}6746\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

a) $$x_5 = \frac{h_5 - h_l}{h_{vs} - h_l} = \frac{126{,}92 - 62{,}00}{190{,}32} = 0{,}34$$

La capacità termica della macchina è data da:

$$q_a = \left(h_2 - h_3\right) = \left(323{,}2 - 134{,}02\right) = 189{,}18\ kJ\ kg^{-1}$$

L'energia per unità di massa assorbita dal compressore è:

$$l_c = \left(h_2 - h_1\right) = \left(323{,}3 - 259{,}42\right) = 63{,}88\ kJ\ kg^{-1}$$

Il C.O.P. della pompa di calore vale:

b) $$C.O.P. = \frac{q_a}{l_c} = \frac{189{,}18}{63{,}88} = 2{,}96$$

Esercizio 10.11

Una pompa di calore opera secondo un ciclo a compressione di vapore reale tra le pressioni p_{EV}=2,0 bar e p_{CO}=1,6 MPa.

Se la temperatura di mandata del compressore è T_2=80 °C, calcolare:

a) il COP del ciclo,

b) il rendimento isentropico del compressore.

$$p_{EV} = 0{,}2\ MPa \Rightarrow T_{EV} = -10{,}09°C$$
$$p_{CO} = 1{,}6\ MPa \Rightarrow T_{CO} = 57{,}92°C$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, si ottengono:

$$h_1 = 241{,}30\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_1 = 0{,}9253\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché:

$$s_{2s} = s_1 = 0{,}9253\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_{2s} = 284{,}6\ kJ\ kg^{-1}$$

Se la temperatura di mandata del compressore è T_2=80 °C, dalle tabelle del vapore surriscaldato, si ricava l'entalpia nel punto di fine compressione (punto 2):

$$h_2 = 303{,}74\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 134{,}02\ kJ\ kg^{-1}$$

La capacità termica della macchina è data da:

$$q_a = (h_2 - h_3) = (303{,}74 - 134{,}02) = 169{,}72\ kJ\ kg^{-1}$$

L'energia per unità di massa assorbita dal compressore è:

$$l_c = (h_2 - h_1) = (303{,}74 - 241{,}30) = 62{,}44\ kJ\ kg^{-1}$$

Il C.O.P. della pompa di calore vale:

a) $$C.O.P. = \frac{q_a}{l_c} = \frac{169{,}72}{62{,}44} = 2{,}72$$

Il rendimento isoentropico del compressore è dato da:

b) $$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{284{,}6 - 241{,}30}{303{,}74 - 241{,}30} = 0{,}7$$

Esercizio 10.12

Un ciclo a compressione di vapore standard opera con il fluido R134a tra le temperature di evaporazione e condensazione T_{EV}=-5 °C e T_{CO}=45 °C.

Considerando un ciclo di Carnot operante tra T_{EV} e T_{CO}, calcolare:

a) il lavoro unitario di compressione nel ciclo di Carnot,

b) il lavoro unitario di compressione nel ciclo a compressione di vapore standard,

c) il lavoro unitario di espansione nel ciclo di Carnot,

d) la capacità frigorifera unitaria persa a causa della laminazione.

Si consideri il ciclo di Carnot operante tra T_{EV} e $T_{CO,}$ alla temperatura di evaporazione:

$$T_{EV} = -5°C \Rightarrow p_{EV} = 2,4\ bar$$

$$T_{CO} = 45°C \Rightarrow p_{EV} = 12\ bar$$

$$h_l = 42,95\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} = 244,09\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{vs} - h_l = 201,14\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_l = 0,1710\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vs} = 0,9222\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$s_{vs} - s_l = 0,7512\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

All'uscita del condensatore (punto 3), il fluido si trova nelle condizioni:

$$h_3 = 113,75\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_3 = 0,4101\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché:

$$s_3 = s_4$$

e) $$x_4 = \frac{s_4 - s_l}{s_{vs} - s_l} = \frac{0,4101 - 0,1710}{0,7512} = 0,32$$

$$h_4 = h_l + x_4\left(h_{vs} - h_l\right) = 42,95 + 0,32 \cdot 201,14 = 106,98\ kJ\ kg^{-1}$$

Dalle tabelle termodinamiche dell'R134a:

$$h_2 = 270,43\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_2 = 0,9026\ kJ\ kg^{-1}$$

Poiché:

$$s_1 = s_2$$

$$x_1 = \frac{s_1 - s_l}{s_{vs} - s_l} = \frac{0,9026 - 0,1710}{0,7512} = 0,97$$

$$h_1 = h_l + x_1\left(h_{vs} - h_l\right) = 42,95 + 0,97 \cdot 201,14 = 238,06\ kJ\ kg^{-1}$$

a) $$l_c = \left(h_2 - h_1\right) = \left(270,43 - 238,06\right) = 32,37\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_t = \left(h_3 - h_4\right) = \left(113,75 - 106,98\right) = 6,77\ kJ\ kg^{-1}$$

$$l_n = l_c - l_t = \left(h_3 - h_4\right) = 32,37 - 6,77 = 25,6\ kJ\ kg^{-1}$$

$$q_b = \left(h_1 - h_4\right) = \left(238,06 - 106,98\right) = 131,1\ kJ\ kg^{-1}$$

f) $$C.O.P._{Carnot} = \frac{q_b}{l_c} = \frac{131,08}{25,6} = 5,12$$

Si consideri il a compressione standard di vapore operante tra T_{EV} e T_{CO}, assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, si ottengono:

$$h_1 = 244,09\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,9222\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

Poiché:

$$s_2 = s_1 = 0,9222\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_2 = 277,42\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 113,75\ kJ\ kg^{-1}$$

Il lavoro unitario di compressione è dato da:

b) $l_c = (h_2 - h_1) = (277,42 - 244,09) = 33,33\ kJ\ kg^{-1}$

La capacità frigorifera del ciclo a compressione di vapore standard è data da:

$$q_c = (h_1 - h_4) = (244,09 - 113,75) = 130,3\ kJ\ kg^{-1}$$

Il lavoro unitario di espansione nel ciclo di Carnot è dato da:

c) $l_t = (h_3 - h_4) = (113,75 - 106,98) = 6,77\ kJ\ kg^{-1}$

La capacità frigorifera unitaria persa a causa della laminazione è:

d) $q_{persa} = 131,1 - 130,3 = 0,8\ kJ\ kg^{-1}$

Esercizio 10.13

Un ciclo a compressione di vapore standard opera con il fluido R134a tra le temperature di evaporazione e condensazione T_{EV}=0 °C e T_{CO}=50 °C e sviluppa una potenza frigorifera di 100 kW. All'uscita dal condensatore un apposito scambiatore permette il sottoraffreddamento di 10 °C del refrigerante

Calcolare:

a) la portata massica di refrigerante,

b) la potenza meccanica assorbita dal compressore,

c) il COP.

$$T_{EV} = 0°C \Rightarrow p_{EV} = 0{,}293\ MPa$$
$$T_{CO} = 50°C \Rightarrow p_{CO} = 1{,}32\ MPa$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 6), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_6 = 247{,}21\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_6 = 0{,}9189\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 121{,}46\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_3 = 0{,}4337\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Il calore specifico dell'R134a liquido a temperatura ambiente (vicina a quella operativa) si trova sulle tabelle e vale:

$$c_{R134a} = 1{,}42\ kJkg^{-1}K^{-1}$$

Per cui:

$$h_4 = h_3 + c\Delta T = 121{,}46 + 1{,}42(-10) = 107{,}26\ kJ\ kg^{-1}$$

Dall'altro lato dello scambiatore è:

$$h_1 = h_6 + c\Delta T = 247{,}21 + 1{,}42(+10) = 261{,}41\ kJ\ kg^{-1}$$

In corrispondenza della coppia di proprietà:

$$h_1 = 261{,}41\ kJ\ kg^{-1}$$
$$p_1 = p_{ev} = 0{,}293\ bar$$

Sulle tabelle del vapore surriscaldato è possibile, per interpolazione, valutare l'entropia pari a:

$$s_1 = 0{,}9730\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché le trasformazioni sono ideali:

$$s_1 = s_2 = 0{,}9730\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato:

$$h_2 = 296{,}77\ kJ\ kg^{-1}$$

A questo punto, tenendo conto che:

$$h_5 = h_4 = 107{,}26\ kJ\ kg^{-1}$$

Alla pressione di evaporazione:

$$h_l = 49,99\ kJ\ kg^{-1}$$
$$h_{vs} = 247,21\ kJ\ kg^{-1}$$
$$h_{vs} - h_l = 197,22\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_l = 0,1969\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$
$$s_{vs} = 0,9189\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$
$$s_{vs} - s_l = 0,722\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

a) $x_5 = \dfrac{h_5 - h_l}{h_{vs} - h_l} = \dfrac{107,26 - 49,99}{197,22} = 0,29$

La capacità frigorifera della macchina è data da:

$$q_b = \left(h_6 - h_5\right) = \left(247,21 - 107,26\right) = 139,95\ kJ\ kg^{-1}$$

La portata massica di refrigerante è data da:

a) $\dot{m}_{R134a} = \dfrac{\dot{Q}_b}{q_b} = \dfrac{100}{139,95} = 0,71\ kg\ s^{-1}$

L'energia per unità di massa assorbita dal compressore è:

$$l_c = \left(h_2 - h_1\right) = \left(296,77 - 261,41\right) = 35,36\ kJ\ kg^{-1}$$

La potenza meccanica assorbita dal compressore è:

b) $\dot{L}_c = \dot{m}_{R134a} \cdot l_c = 0,71 \cdot 35,36 = 25,3\ kW$

Il C.O.P. della macchina frigorifera vale:

c) $C.O.P. = \dfrac{q_b}{l_c} = \dfrac{139,95}{35,36} = 3,96$

Esercizio 10.14

Per mantenere a T_{cella}=1 °C una cella frigorifera occorre asportare una capacità frigorifera di 200 kW. Il compito è svolto da una macchina che opera con refrigerante R134a tra le pressioni p_{EV}=2,4 bar e p_{CO}=9 bar.

Se la temperatura misurata alla mandata del compressore è T_2=60 °C, calcolare:

a) la portata di refrigerante,

b) la potenza meccanica assorbita dal compressore

c) il COP del ciclo,

d) il rendimento isentropico del compressore.

$$p_{EV} = 0,24\ MPa \Rightarrow T_{EV} = -5,37°C$$
$$p_{CO} = 0,9\ MPa \Rightarrow T_{CO} = 35,53°C$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, si ottengono:

$$h_1 = 244,09\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_1 = 0,9222\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché:

$$s_{2s} = s_1 = 0,9222\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato si ottiene:

$$h_{2s} = 271,25\ kJ\ kg^{-1}$$

Se la temperatura di mandata del compressore è T_2=60 °C, dalle tabelle del vapore surriscaldato, si ricava l'entalpia nel punto di fine compressione (punto 2):

$$h_2 = 293,21\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 99,56\ kJ\ kg^{-1}$$

La capacità frigorifera della macchina è data da:

$$q_b = (h_1 - h_4) = (244,09 - 99,56) = 144,53\ kJ\ kg^{-1}$$

La portata massica di refrigerante è data da:

a) $\dot{m}_{R134a} = \frac{\dot{Q}_b}{q_b} = \frac{200}{144,53} = 1,38\ kg\ s^{-1}$

L'energia per unità di massa assorbita dal compressore è:

$$l_c = (h_2 - h_1) = (293,21 - 244,09) = 49,12\ kJ\ kg^{-1}$$

La potenza meccanica assorbita dal compressore è:

b) $\dot{L}_c = \dot{m}_{R134a} \cdot l_c = 1,38 \cdot 49,12 = 67,8\ kW$

Il C.O.P. del ciclo vale:

c) $C.O.P. = \frac{q_b}{l_c} = \frac{144,53}{49,12} = 2,94$

Il rendimento isoentropico del compressore è dato da:

d) $\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{271,25 - 244,09}{293,21 - 244,09} = 0,55$

Esercizio 10.15

Una macchina frigorifera operante secondo un ciclo a compressione di vapore standard tra le pressioni p_{EV}=3,2 bar e p_{CO}=15 bar elabora una portata massica di 0,2 kg·s^{-1} di refrigerante R134a. La pompa di calore è utilizzata per raffreddare un serbatoio di acqua della capacità di 2000 litri. Calcolare:

a) il tempo necessario a raffreddare l'acqua nel serbatoio da T_1=20 °C a T_2=10 °C.

Si assuma c_{acqua}=4,186 kJ·kg^{-1}·K^{-1}.

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 248,66\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,9177\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Assumendo le trasformazioni ideali:

$$s_2 = s_1 = 0,9177\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_2 = 297,3\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 129,64\ kJ\ kg^{-1}$$

La potenza termica asportata dalla macchina frigorifera è data da:

$$\dot{Q}_b = \dot{m}_{R134a}\left(h_1 - h_4\right) = 0,2\left(248,66 - 129,64\right) = 23,8\ kW$$

$$\dot{Q}_b = \dot{Q}_w = \rho_w \dot{V}_W c_w \left(T_{in,w} - T_{out,w}\right)$$

$$\dot{V}_W = \frac{\dot{Q}_w}{\rho_w c_w \left(T_{in,w} - T_{out,w}\right)} = \frac{23,8}{1000 \cdot 4,186 \cdot \left(20 - 10\right)} = 5,69 \cdot 10^{-4}\, m^3 s^{-1}$$

a) $$t = \frac{V_w}{\dot{V}_W} = \frac{2}{5,69 \cdot 10^{-4}} = 3517,0\ s \approx 58,6\ \ min$$

Esercizio 10.17

Le pressioni di evaporazione e condensazione di una macchina frigorifera operante secondo un ciclo a compressione reale con refrigerante R134a vengono misurate pari a p_{EV}=1 bar e p_{CO}=14 bar. Se il rendimento isentropico del compressore è pari a 0,8, calcolare:

a) il COP del ciclo reale,

b) il COP del ciclo reale in presenza di sottoraffreddamento di 5 °C all'uscita dal condensatore realizzato con uno scambiatore esterno.

$$p_{EV} = 0,1\ MPa \Rightarrow T_{EV} = -26,43°C$$
$$p_{CO} = 1,4\ MPa \Rightarrow T_{CO} = 52,43°C$$

Si consideri il ciclo reale senza sottoraffreddamento, assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 231,35\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_1 = 0,9395\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Nel caso di ciclo standard:

$$s_2 = s_1 = 0,9395\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_{2s} = 286,4\ kJ\ kg^{-1}$$

Introducendo il rendimento isoentropico del compressore:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_C} + h_1 = \frac{286,4 - 231,35}{0,8} + 231,35 = 300,16\ kJkg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 125,26\ kJ\ kg^{-1}$$

Poiché:

$$h_4 = h_3 = 125,25\ kJ\ kg^{-1}$$

Il carico frigorifero è:

$$q_b = (h_1 - h_4) = (231,35 - 125,25) = 106,1\ kJ\ kg^{-1}$$

Il lavoro per unità di massa assorbito dal compressore è:

$$l_c = (h_2 - h_1) = (300,16 - 231,35) = 68,81\ kW$$

Il coefficiente di prestazione è dato da:

a) $$C.O.P. = \frac{q_b}{l_c} = \frac{106,1}{68,81} = 1,54$$

Si consideri il ciclo reale in presenza di sottoraffreddamento, assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 6), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_6 = 231,35\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_6 = 0,9395\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 125,26\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_3 = 0,4453\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Il calore specifico dell'R134a liquido a temperatura ambiente (vicina a quella operativa) si trova sulle tabelle e vale:

$$c_{R134a} = 1,42\ kJkg^{-1}K^{-1}$$

Per cui:

$$h_4 = h_3 + c\Delta T = 125,26 + 1,42(-5) = 118,16\ kJ\ kg^{-1}$$

Dall'altro lato dello scambiatore è:

$$h_1 = h_6 + c\Delta T = 231,35 + 1,42(+5) = 238,45\ kJ\ kg^{-1}$$

In corrispondenza della coppia di proprietà:

$$h_1 = 238,45\ kJ\ kg^{-1}$$

$$p_1 = p_{ev} = 0,1\ bar$$

Sulle tabelle del vapore surriscaldato è possibile, per interpolazione, valutare l'entropia pari a:

$$s_1 = 0,9676\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché:

$$s_1 = s_{2s} = 0,9676\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato:

$$h_{2s} = 295,31\ kJ\ kg^{-1}$$

Introducendo il rendimento isoentropico del compressore:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_C} + h_1 = \frac{295,31 - 238,45}{0,8} + 238,45 = 309,5\ kJkg^{-1}$$

A questo punto, tenendo conto che:

$$h_5 = h_4 = 118,16\ kJ\ kg^{-1}$$

La capacità termica della macchina è data da:

$$q_b = (h_6 - h_5) = (231,35 - 118,16) = 113,19\ kJ\ kg^{-1}$$

L'energia per unità di massa assorbita dal compressore è:

$$l_c = (h_2 - h_1) = (309,5 - 238,45) = 71,05\ kJ\ kg^{-1}$$

Il C.O.P. della pompa di calore vale:

b) $C.O.P. = \frac{q_b}{l_c} = \frac{113,19}{71,05} = 1,6$

Esercizio 10.18

Il condensatore di una pompa di calore operante secondo un ciclo a compressione di vapore standard con refrigerante R134a viene utilizzato per riscaldare una portata d'acqua di 0,5 $kg\cdot s^{-1}$ da T_{if}=45 °C a T_{uf}=50 °C.

Il refrigerante della pompa di calore condensa a T_{CO}=55 °C ed evapora a T_{EV}=0 °C.

Calcolare:

a) la potenza termica sviluppata dalla pompa di calore,

b) la potenza meccanica assorbita dal compressore,

c) il COP del ciclo.

La potenza termica ceduta dalla pompa di calore all'acqua è data da:

a) $\dot{Q}_a = \dot{Q}_w = \dot{m}_w c_w \left(T_{out,w} - T_{in,w}\right) = 0,5 \cdot 4,186 \cdot (50-45) = 10,465\ kW$

$$T_{EV} = 0°C \Rightarrow p_{EV} = 0,293\ MPa$$

$$T_{CO} = 55°C \Rightarrow p_{EV} = 1,5\ MPa$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 247,21\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,9189\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché si considera il ciclo standard:

$$s_2 = s_1 = 0,9189\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_2 = 280,65\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 129,64\ kJ\ kg^{-1}$$

La portata di refrigerante è data da:

$$\dot{m}_{R134a} = \frac{\dot{Q}_a}{\left(h_2 - h_3\right)} = \frac{10,465}{\left(280,65 - 129,64\right)} = 0,07\ kg\ s^{-1}$$

La potenza meccanica assorbita dal compressore è data da:

b) $\dot{L} = \dot{m}_{R134a} \cdot \left(h_2 - h_1\right) = 0,07\left(280,65 - 247,21\right) = 2,32\ kW$

c) $C.O.P. = \dfrac{\dot{Q}_a}{\dot{L}} = \dfrac{10,465}{2,98} = 4,52$

Esercizio 10.19

L'evaporatore di una macchina frigorifera viene utilizzato per raffreddare da T_{ci}=12 °C a T_{cu}=7 °C l'acqua al servizio di un impianto di condizionamento dell'aria.

La macchina frigorifera opera secondo un ciclo a compressione di vapore standard con refrigerante R134a tra le temperature di evaporazione e di condensazione T_{EV}=0 °C e T_{CO}=40 °C con una portata massica di refrigerante di 0,2 kg·s^{-1}.

Calcolare:

a) la portata d'acqua refrigerata all'evaporatore.

$$T_{EV} = 0°C \Rightarrow p_{EV} = 0,293\ MPa$$
$$T_{CO} = 40°C \Rightarrow p_{EV} = 1,0\ MPa$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 247,21\ kJ\ kg^{-1}$$
$$s_1 = 0,9189\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Poiché si considera il ciclo standard:

$$s_2 = s_1 = 0,9189\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_2 = 272,59\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 105,29\ kJ\ kg^{-1}$$

La potenza termica asportata dalla macchina frigorifera è:

$$\dot{Q}_b = \dot{m}_{R134a}\left(h_1 - h_4\right) = 0,2\left(247,21 - 105,29\right) = 28,38\ kW$$

La portata di acqua refrigerata all'evaporatore è:

a) $$\dot{m}_w = \frac{\dot{Q}_b}{c_w \Delta T_W} = \frac{28,38}{4,186 \cdot \left(12-7\right)} = 1,35\ kg\ s^{-1}$$

Esercizio 10.20

La portata volumetrica di refrigerante R134a all'aspirazione del compressore di una macchina frigorifera a compressione di vapore operante secondo un ciclo a compressione di vapore standard tra le temperature di evaporazione e di compressione T_{EV}=-20 °C e T_{CO}=45 °C è pari a 0,1 $m^3 \cdot s^{-1}$.

Calcolare:

a) la capacità frigorifera della macchina,

b) la potenza meccanica assorbita dal compressore,

c) il COP del ciclo.

$$T_{EV} = -20°C \Rightarrow p_{EV} = 0,133\ MPa$$

$$T_{CO} = 45°C \Rightarrow p_{EV} = 1,16\ MPa$$

Assumendo il fluido allo stato di vapore saturo secco all'uscita dell'evaporatore (punto 1), dalle tabelle termodinamiche del refrigerante R134a, per interpolazione, si ottengono:

$$h_1 = 235,31\ kJ\ kg^{-1}$$

$$s_1 = 0,9332\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

Nel caso di ciclo standard:

$$s_2 = s_1 = 0,9332\ kJ\ kg^{-1} K^{-1}$$

Dalle tabelle del vapore surriscaldato, per interpolazione, si ottiene:

$$h_2 = 281,04\ kJ\ kg^{-1}$$

Assumendo che all'uscita del condensatore (punto 3) il fluido si trovi allo stato di liquido saturo:

$$h_3 = 113,75\ kJ\ kg^{-1}$$

Poiché:

$$h_4 = h_3 = 113,75\ kJ\ kg^{-1}$$

La capacità frigorifera della macchina è:

a) $q_b = (h_1 - h_4) = (235,31 - 113,75) = 121,56\ kJ\ kg^{-1}$

La portata massica aspirata dal compressore è:

$$v_1 = 0,1464\ m^3 kg^{-1}$$

$$\dot{m}_{R134a} = \frac{\dot{V}_{R134a}}{v_1} = \frac{0,1}{0,1464} = 0,68\ kg\ s^{-1}$$

La potenza meccanica assorbita dal compressore è data da:

b) $\dot{L} = \dot{m}_{R134a} \cdot (h_2 - h_1) = 0,68 \cdot (281,04 - 235,31) = 31,1\ kW$

La potenza termica asportata dalla macchina frigorifera è:

$$\dot{Q}_b = \dot{m}_{R134a} q_b = 0,68 \cdot 121,56 = 82,7\ kW$$

Il coefficiente di prestazione è dato da:

c) $C.O.P. = \frac{\dot{Q}_b}{\dot{L}} = \frac{87,2}{31,1} = 2,65$

capitolo 11

Esercizio 11.1

Calcolare l'incremento di entropia che si ottiene quando si miscelano 5 kg di azoto (PM=28) a T_1=35 °C e p_1=6 bar con 4 kg di anidride carbonica (PM=44) alla stessa temperatura e pressione.

Poiché i gas si trovano alla stessa temperatura:

$$T_2 = T_{1,N_2} = T_{1,CO_2}$$

Le costanti caratteristiche dei gas sono:

$$R_{N_2} = \frac{\overline{R}}{M_{N_2}} = \frac{8,314}{28} = 0,2969\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

$$R_{CO_2} = \frac{\overline{R}}{M_{CO_2}} = \frac{8,314}{44} = 0,1889\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Il numero di moli dei componenti della miscela è:

$$n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{5}{28} = 0,178\ kmol$$

$$n_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{M_{CO_2}} = \frac{4}{44} = 0,091\ kmol$$

Il numero totale di moli contenute nell'unità di massa della miscela è pertanto pari a:

$$n_m = 0,178 + 0,091 = 0,269\ kmol$$

La frazione molare dei singoli componenti vale dunque:

$$y_{N_2} = \frac{0,178}{0,268} = 0,66$$

$$y_{CO_2} = \frac{0,091}{0,268} = 0,34$$

La variazione di entropia dei due componenti vale:

$$\Delta s_{N_2} = m_{N_2}\left(c_{p,N_2}\ \cancel{ln}\frac{T_2}{T_{1,N_2}} - R_{N_2}\ ln\frac{y_{N_2}p_2}{p_{1,N_2}} \right) = -5\left(0,2968 \cdot ln\frac{0,66 \cdot 600}{600} \right) = 0,6166\ kJK^{-1}$$

$$\Delta s_{CO_2} = m_{CO_2}\left(c_{p,CO_2}\ \cancel{ln}\frac{T_2}{T_{1,CO_2}} - R_{CO_2}\ ln\frac{y_{CO_2}p_2}{p_{1,CO_2}} \right) = -4\left(0,1889 \cdot ln\frac{0,34 \cdot 600}{600} \right) = 0,815\ kJK^{-1}$$

E per l'intero sistema:

$$\Delta s_m = \Delta s_{N_2} + \Delta s_{CO_2} = 0,6166 + 0,815 = 1,43\ kJK^{-1}$$

Esercizio 11.2

Una massa di 6 kg di anidride carbonica a p_1=4 bar e T_1=25 °C vengono miscelati in un processo adiabatico e stazionario con 4 kg di azoto a p_2=2 bar e T_2=5 °C per ottenere una pressione finale p_3=1 bar.

Calcolare:

a) la temperatura finale della miscela,

b) la variazione di entropia.

(Si assuma $c_{p,CO2}$=0,86 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, $c_{p,N2}$=1,04 $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)

$$c_{p,N_2} = 1,04\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$c_{p,CO_2} = 0,85\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$c_{v,N_2} = 0,743\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$c_{v,CO_2} = 0,657\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$T_{1,N_2} = 5 + 273 = 278\ K$$
$$T_{1,CO_2} = 25 + 273 = 298\ K$$

La temperatura T_2vale:

a) $$T_2 = \frac{T_{1,N_2} m_{N_2} c_{v,N_2} + T_{1,CO_2} m_{CO_2} c_{v,CO_2}}{m_{N_2} c_{v,N_2} + m_{CO_2} c_{v,CO_2}} = \frac{278 \cdot 4 \cdot 0,743 + 298 \cdot 6 \cdot 0,657}{4 \cdot 0,743 + 6 \cdot 0,657} = 289,25\ K$$

Le costanti caratteristiche dei gas sono:

$$R_{N_2} = \frac{\overline{R}}{M_{N_2}} = \frac{8,314}{28} = 0,2969\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$R_{CO_2} = \frac{\overline{R}}{M_{CO_2}} = \frac{8,314}{44} = 0,1889\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Il volume occupato da ciascun gas si calcola con l'equazione di stato del gas ideale:

$$V_{N_2} = \frac{m_{N_2} R_{N_2} T_{1,N_2}}{p_{1,N_2}} = \frac{4 \cdot 0,2968 \cdot 278}{200} = 1,65\ m^3$$
$$V_{CO_2} = \frac{m_{CO_2} R_{CO_2} T_{1,CO_2}}{p_{1,CO_2}} = \frac{6 \cdot 0,1889 \cdot 298}{400} = 0,84\ m^3$$

Il numero di moli dei componenti della miscela è:

$$n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{4}{28} = 0,143\ kmol$$
$$n_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{M_{CO_2}} = \frac{6}{44} = 0,136\ kmol$$

Il numero totale di moli contenute nell'unità di massa della miscela è pertanto pari a:

$$n_m = 0,143 + 0,136 = 0,279\ kmol$$

La frazione molare dei singoli componenti vale dunque:

$$y_{N_2} = \frac{0,143}{0,279} = 0,51$$
$$y_{CO_2} = \frac{0,136}{0,279} = 0,49$$

La variazione di entropia dei due componenti vale:

$$\Delta s_{N_2} = m_{N_2}\left(c_{p,N_2}\, ln\frac{T_2}{T_{1,N_2}} - R_{N_2}\, ln\frac{y_{N_2}p_2}{p_{1,N_2}} \right) =$$

$$= 4\cdot\left(1{,}04\cdot ln\frac{289{,}25}{278} - 0{,}2968\cdot ln\frac{0{,}51\cdot 100}{200} \right) = 1{,}787\ kJK^{-1}$$

$$\Delta s_{CO_2} = m_{CO_2}\left(c_{p,CO_2}\, ln\frac{T_2}{T_{1,CO_2}} - R_{CO_2}\, ln\frac{y_{CO_2}p_2}{p_{1,CO_2}} \right) =$$

$$= 6\cdot\left(0{,}85\cdot ln\frac{289{,}25}{298} - 0{,}1889\cdot ln\frac{0{,}49\cdot 100}{400} \right) = 2{,}228\ kJK^{-1}$$

E per l’intero sistema:

b) $\Delta s_m = \Delta s_{N_2} + \Delta s_{CO_2} = 1{,}787 + 2{,}228 = 4{,}015\ kJK^{-1}$

Esercizio 11.3

Una massa di 5 kg di CO_2 a T_1=45 °C e p_1=1,5 bar viene introdotta in un miscelatore adiabatico insieme a una massa di 7 kg di N_2 a T_2=180 °C e p_2=1,2 bar per ottenere in uscita una miscela alla pressione finale di p_3=0,8 bar.

Calcolare:

a) la temperatura finale della miscela,

b) la variazione di entropia.

(Assumere: $c_{p,CO2}$=0,85 kJ·kg^{-1}·K^{-1}, $c_{p,N2}$=1,04 kJ·kg^{-1}·K^{-1})

$$c_{p,N_2} = 1,04 \ kJ \ kg^{-1}K^{-1}$$
$$c_{p,CO_2} = 0,85 \ kJ \ kg^{-1}K^{-1}$$
$$c_{v,N_2} = 0,743 \ kJ \ kg^{-1}K^{-1}$$
$$c_{v,CO_2} = 0,657 \ kJ \ kg^{-1}K^{-1}$$

$$T_{1,N_2} = 180 + 273 = 453 \ K$$
$$T_{1,CO_2} = 45 + 273 = 318 \ K$$

La temperatura T_2vale:

a) $$T_2 = \frac{T_{1,N_2} m_{N_2} c_{v,N_2} + T_{1,CO_2} m_{CO_2} c_{v,CO_2}}{m_{N_2} c_{v,N_2} + m_{CO_2} c_{v,CO_2}} = \frac{453 \cdot 7 \cdot 0,743 + 318 \cdot 5 \cdot 0,657}{7 \cdot 0,743 + 5 \cdot 0,657} = 400,74 \ K$$

Le costanti caratteristiche dei gas sono:

$$R_{N_2} = \frac{\overline{R}}{M_{N_2}} = \frac{8,314}{28} = 0,2969 \ kJ \ kg^{-1}K^{-1}$$
$$R_{CO_2} = \frac{\overline{R}}{M_{CO_2}} = \frac{8,314}{44} = 0,1889 \ kJ \ kg^{-1}K^{-1}$$

Il numero di moli dei componenti della miscela è:

$$n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{7}{28} = 0,25 \ kmol$$
$$n_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{M_{CO_2}} = \frac{5}{44} = 0,113 \ kmol$$

Il numero totale di moli contenute nell'unità di massa della miscela è pertanto pari a:

$$n_m = 0,25 + 0,113 = 0,363 \ kmol$$

La frazione molare dei singoli componenti vale dunque:

$$y_{N_2} = \frac{0,25}{0,363} = 0,69$$

$$y_{CO_2} = \frac{0,113}{0,363} = 0,31$$

La variazione di entropia dei due componenti vale:

$$\Delta s_{N_2} = m_{N_2}\left(c_{p,N_2}\, ln\frac{T_2}{T_{1,N_2}} - R_{N_2}\, ln\frac{y_{N_2}p_2}{p_{1,N_2}}\right) =$$

$$= 7\cdot\left(1{,}04\cdot ln\frac{400{,}74}{453} - 0{,}2968\cdot ln\frac{0{,}69\cdot 80}{120}\right) = 0{,}721\ kJK^{-1}$$

$$\Delta s_{CO_2} = m_{CO_2}\left(c_{p,CO_2}\, ln\frac{T_2}{T_{1,N_2}} - R_{N_2}\, ln\frac{y_{N_2}p_2}{p_{1,N_2}}\right) =$$

$$= 5\cdot\left(0{,}85\cdot ln\frac{400{,}74}{318} - 0{,}1889\cdot ln\frac{0{,}31\cdot 80}{150}\right) = 2{,}68\ kJK^{-1}$$

E per l'intero sistema:

b) $\Delta s_m = \Delta s_{N_2} + \Delta s_{CO_2} = 0{,}721 + 2{,}68 = 3{,}40\ kJK^{-1}$

Esercizio 11.4

Un recipiente rigido contiene una miscela di gas ideali di composizione in volume pari al 60% di azoto (PM=28) e al 40% di anidride carbonica (PM=44).

Rimuovendo parte della miscela e aggiungendo anidride carbonica si vuole ottenere una miscela composta, in volume, dal 50% di idrogeno e dal 50% di anidride carbonica.

Calcolare:

a) la massa di miscela da rimuovere,

b) la massa di CO2 da aggiungere.

Nella miscela iniziale, le frazioni molari dei singoli componenti sono:

$$y_{in,N_2} = 0,6 ; y_{in,CO_2} = 0,4$$

La massa molare apparente della miscela iniziale è:

$$M_{m,in} = y_{in,N_2} \cdot M_{N_2} + y_{in,CO_2} \cdot M_{CO_2} = (0,6 \cdot 28) + (0,4 \cdot 44) = 34,4 \ kg \ kmol^{-1}$$

Nella miscela finale, le frazioni molari dei singoli componenti sono:

$$y_{f,N_2} = 0,5 ; y_{f,CO_2} = 0,5$$

La massa molare apparente della miscela finale è:

$$M_{m,f} = y_{f,N_2} \cdot M_{N_2} + y_{f,CO_2} \cdot M_{CO_2} = (0,5 \cdot 28) + (0,5 \cdot 44) = 36 \ kg \ kmol^{-1}$$

Si immagini di ottenere il gas finale, mediante la miscelazione di anidride carbonica (componente 1) e di un gas la cui composizione è quella della miscela iniziale (componente 2), pertanto si può scrivere:

$$\begin{aligned}
& M_{m,f} = y_1 \cdot M_{m,in} + y_2 \cdot M_{CO_2} = 36 \ kg \ kmol^{-1} \\
& \Rightarrow y_1 \cdot M_{m,in} + (1 - y_1) \cdot M_{CO_2} = 36 \\
& \Rightarrow y_1 \cdot 34,4 + (1 - y_1) \cdot 44 = 36 \\
& \Rightarrow y_1 = 0,83 ; y_2 = 0,17
\end{aligned}$$

Per cui, la massa di miscela da rimuovere è:

a) $M_{m,in_{rimossa}} = 5,85 \ kg \ kmol^{-1}$

La massa di CO_2 da aggiungere è:

b) $M_{CO_2,add} = 7,48 \ kg \ kmol^{-1}$

Esercizio 11.5

Aria a p_1=8 bar e T_1=35 °C è contenuta in un recipiente rigido di volume V=2 m^3. Nel recipiente viene introdotto elio (PM=4) in modo che si raggiunga una pressione p_2=12 bar mantenendo la temperatura costante.

Calcolare:

a) la massa di ossigeno, azoto ed elio nel recipiente.

(Si assuma che l'aria abbia una composizione in massa pari al 23% di ossigeno (PM=32) e al 77% di azoto(PM=28)).

Il numero di moli di ciascun componete contenute nell'unità di massa della miscela di aria sono:

$$n_{O_2} = x_{m,O_2} \frac{1}{M_{O_2}} = \frac{0,23}{32} = 7,1875 \cdot 10^{-3} \ kmol$$

$$n_{N_2} = x_{m,N_2} \frac{1}{M_{N_2}} = \frac{0,77}{28} = 0,0275 \ kmol$$

Il numero di moli dei singoli componenti vale dunque:

$$n_m = n_{O_2} + n_{N_2} = 7,1875 \cdot 10^{-3} + 0,0275 = 0,0347 \ kmol$$

$$y_{O_2} = \frac{n_{O_2}}{n_m} = 0,21$$

$$y_{N_2} = \frac{n_{N_2}}{n_m} = 0,79$$

La massa molare dell'aria è data da:

$$M_{m,aria} = y_{N_2} \cdot M_{N_2} + y_{O_2} \cdot M_{O_2} = 0,21 \cdot 32 + 0,79 \cdot 28 = 28,84 \ kg \ mol^{-1}$$

Il numero di moli di aria contenute inizialmente nel recipiente è:

$$n_{m,aria} = \frac{P \cdot V}{\bar{R} \cdot T} = \frac{800 \cdot 2}{8,314 \cdot 308} = 0,625 \ kmol$$

La pressione parziale dell'elio alla fine della miscelazione è:

$$p_{He} = p - p_{aria} = 12 - 8 = 4 \ bar$$

Poiché:

$$\frac{n_{aria}}{n_{He}} = \frac{p_{aria}}{p_{He}} \Rightarrow n_{He} = n_{aria} \frac{p_{He}}{p_{aria}} = 0,625 \cdot \frac{4}{8} = 0,3125 \ kmol$$

Si ottiene dunque:

a) $m_{O_2} = n_{O_2} \cdot M_{O_2} = y_{O_2} \cdot n_{m,aria} \cdot M_{O_2} = 0,21 \cdot 0,625 \cdot 32 = 4,2 \ kg$

$m_{N_2} = n_{N_2} \cdot M_{N_2} = y_{N_2} \cdot n_{m,aria} \cdot M_{N_2} = 0,79 \cdot 0,625 \cdot 28 = 13,825 \ kg$

$m_{He} = n_{He} \cdot M_{He} = 0,3125 \cdot 4 = 1,25 \ kg$

Esercizio 11.6

Aria atmosferica alla pressione di 1,01325 bar si trova alle condizioni di T_{ba}=25 °C e x=0,010 $kg_{vap}.kg_{gas}^{-1}$.

Calcolare e valutare con il diagramma psicrometrico:

a) l'umidità relativa,

b) la pressione parziale del vapore,

c) la temperatura di rugiada.

La pressione parziale del vapore è data da:

$$p_{vap} = \frac{x}{(0,622 + x)} \cdot p = \frac{0,01}{(0,622 + 0,01)} \cdot 101,325 = 1,60\ kPa$$

La pressione di saturazione dell'acqua a 25 °C, dalle tabelle, è:

$$p_{sat} = 3,166\ kPa$$

L'umidità relativa è:

$$p_{sat} = 3,166\ kPa$$

a) $\varphi = \frac{p_{vap}}{p_{sat}} = \frac{1,60}{3,166} = 0,505 \Rightarrow 50,5\%$

b) $p_{vap} = 1,60\ kPa$

c) $T_r = 15°C$

Esercizio 11.7

Un contenitore di volume V_1=2 m^3 è riempito con metano (PM=16) a p_1=6 bar e T_1=30 °C.
Il contenitore è collegato tramite una valvola ad un altro contenitore di volume V_2=3 m^3 contenente anidride carbonica (PM=44) a p_2=3 bar e T_2=25 °C.
Si apre la valvola di collegamento e i due gas si miscelano adiabaticamente.
Calcolare:
a) temperatura e pressione finale della miscela,
b) la variazione di entropia del sistema
(Si assuma: $c_{v,CH4}$=1,74 kJ·kg^{-1}·K^{-1}, $c_{v,CO2}$=0,676 kJ·kg^{-1}·K^{-1})

$$c_{v,CH_4} = 1,74\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$c_{v,CO_2} = 0,676\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$c_{p,CH_4} = 2,2537\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$c_{p,CO_2} = 0,846\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$T_{1,CH_4} = 30 + 273 = 303\ K$$
$$T_{1,CO_2} = 25 + 273 = 298\ K$$

Le costanti caratteristiche dei gas sono:

$$R_{CH_4} = \frac{\bar{R}}{M_{CH_4}} = \frac{8,314}{16} = 0,5196\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$R_{CO_2} = \frac{\bar{R}}{M_{CO_2}} = \frac{8,314}{44} = 0,1889\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Le masse dei due componenti sono date da:

$$m_{CH_4} = \frac{p_{1,CH_4} \cdot V_{1,CH_4}}{R_{CH_4} \cdot T_{1,CH_4}} = \frac{600 \cdot 2}{0,5196 \cdot 303} = 7,6\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$m_{CO_2} = \frac{p_{1,CO_2} \cdot V_{1,CO_2}}{R_{CO_2} \cdot T_{1,CO_2}} = \frac{300 \cdot 3}{0,1889 \cdot 298} = 16\ kg$$

La temperatura T_2vale:

a) $$T_2 = \frac{T_{1,CH_4} m_{CH_4} c_{v,CH_4} + T_{1,CO_2} m_{CO_2} c_{v,CO_2}}{m_{CH_4} c_{v,CH_4} + m_{CO_2} c_{v,CO_2}} = \frac{303 \cdot 7,6 \cdot 1,74 + 298 \cdot 16 \cdot 0,676}{7,6 \cdot 1,74 + 16 \cdot 0,676} = 300,75\ K$$

Il numero di moli dei componenti della miscela è:

$$n_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{7,6}{16} = 0,475\ kmol$$
$$n_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{M_{CO_2}} = \frac{16}{44} = 0,3636\ kmol$$

Il numero totale di moli contenute nell'unità di massa della miscela è pertanto pari a:

$$n_m = 0,475 + 0,3636 = 0,8386\ kmol$$

La frazione molare dei singoli componenti vale dunque:

$$y_{CH_4} = \frac{0,475}{0,8386} = 0,57$$
$$y_{CO_2} = \frac{0,3636}{0,8386} = 0,43$$

La massa molare apparente vale:

$$M_m = y_{CH_4} M_{CH_4} + y_{CO_2} M_{CO_2} = 0,57 \cdot 16 + 0,43 \cdot 44 = 28,04 \ kg \ kmol^{-1}$$

La massa complessiva della miscela è:

$$m_m = m_{CH_4} + m_{CO_2} = 7,6 + 16 = 23,6 \ kg$$

La pressione finale della miscela è quindi pari a:

$$p_2 = p_m = \frac{m_m \dfrac{\overline{R}}{M_m} T_2}{V_m} = \frac{23,6 \cdot \dfrac{8,314}{28,04} \cdot 300,75}{5} = 420,9 \ kPa$$

La variazione di entropia dei due componenti vale:

$$\Delta s_{CH_4} = m_{CH_4} \left(c_{p,CH_4} \ ln \frac{T_2}{T_{1,CH_4}} - R_{CH_4} \ ln \frac{y_{CH_4} p_2}{p_{1,CH_4}} \right) =$$

$$= 7,6 \cdot \left(2,2537 \cdot ln \frac{300,75}{303} - 0,5196 \cdot ln \frac{0,57 \cdot 420,9}{600} \right) = 3,49 \ kJK^{-1}$$

$$\Delta s_{CO_2} = m_{CO_2} \left(c_{p,CO_2} \ ln \frac{T_2}{T_{1,N_2}} - R_{CO_2} \ ln \frac{y_{CO_2} p_2}{p_{1,CO_2}} \right) =$$

$$= 16 \cdot \left(0,846 \cdot ln \frac{300,75}{298} - 0,1889 \cdot ln \frac{0,43 \cdot 420,9}{300} \right) = 1,65 \ kJK^{-1}$$

E per l'intero sistema:

b) $\Delta s_m = \Delta s_{CH_4} + \Delta s_{CO_2} = 3,49 + 1,65 = 5,14 \ kJK^{-1}$

Esercizio 11.8

Una miscela composta da 6 kg di metano (PM=16) e 5 kg di anidride carbonica (PM=44) si trova alle condizioni p_1=3 bar e T_1=15 °C.

Calcolare:

a) la frazione molare di ciascun componente,

b) il peso molecolare medio,

c) la costante caratteristica apparente della miscela,

d) volume e densità della miscela,

e) le pressioni e i volumi parziali.

Il numero di moli dei componenti della miscela è:

$$n_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{6}{16} = 0,375\ kmol$$

$$n_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{M_{CO_2}} = \frac{5}{44} = 0,1136\ kmol$$

Il numero totale di moli contenute nell'unità di massa della miscela è pertanto pari a:

$$n_m = 0,375 + 0,1136 = 0,4886\ kmol$$

La frazione molare dei singoli componenti vale dunque:

a) $$y_{CH_4} = \frac{0,375}{0,4886} = 0,77$$

$$y_{CO_2} = \frac{0,1136}{0,4886} = 0,23$$

Il peso molecolare medio è:

b) $$M_m = \frac{m_m}{n_m} = \frac{6+5}{0,4886} = 22,51\ kg\ kmol^{-1}$$

La costante caratteristica apparente della miscela è:

c) $$R_m = \frac{\overline{R}}{M_m} = \frac{8,314}{22,51} = 0,369\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Il volume e la densità della miscela sono dati da:

d) $$V = \frac{m_m \cdot R_m \cdot T}{p} = \frac{11 \cdot 0,369 \cdot 288}{300} = 3,9\ m^3$$

$$\rho_m = \frac{m_m}{V} = \frac{11}{3,9} = 2,82\ kgm^{-3}$$

Infine i volumi e le pressioni parziali sono dati da:

e) $$p_{CH_4} = y_{CH_4} \cdot p = 0,77 \cdot 300 = 231\ kPa$$

$$V_{CH_4} = y_{CH_4} \cdot V = 0,77 \cdot 3,9 = 3,03\ m^3$$

$$p_{CO_2} = p - p_{CH_4} = 300 - 231 = 69\ kPa$$

$$V_{CO_2} = V - V_{CH_4} = 3,9 - 3,03 = 0,87\ m^3$$

Esercizio 11.9
L'aria trattata introdotta in una stanza da un impianto di condizionamento dell'aria in funzionamento estivo si trova a una condizione di T_{ba}=18 °C e φ=55% e pressione atmosferica.
Calcolare:
a) l'umidità specifica,
b) la temperatura di rugiada,
c) la temperatura di bulbo umido,
d) l'entalpia dell'aria.

Dalle tabelle si ricava la pressione di saturazione dell'acqua a 18 °C:

$$p_{sat} = 2,1\ kPa$$

La pressione di vapore è data da:

$$p_{vap} = \varphi \cdot p_{sat} = 0,55 \cdot 2,1 = 1,155\ kPa$$

L'umidità specifica è:

a) $$x = 0,622 \frac{p_{vap}}{p - p_{vap}} = 0,622 \frac{1,155}{101,325 - 1,155} = 7,17 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

La temperatura di rugiada è:

b) $$T_r \approx 8,5°C$$

La temperatura di bulbo umido è:

c) $$T_{bu} \approx 12,3°C$$

L'entalpia dell'aria è:

d) $$h = T + x\left(2500 + 1,92 \cdot T\right) = 18 + 7,17 \cdot 10^{-3}\left(2500 + 1,92 \cdot 18\right) = 36,18\ kJ\ kg_{as}^{-1}$$

Esercizio 11.10

Una quantità di 4 kg di ossigeno (PM=32) a p_1=10 bar e T_1=25 °C è alloggiata in un contenitore rigido al quale viene aggiunta una opportuna quantità di azoto (PM=28) sufficiente per raggiungere, alla temperatura costante di 25 °C, la pressione p_2=15 bar.
Calcolare la quantità di azoto introdotta nel contenitore.

Il numero di moli di ossigeno che si trovano nel contenitore è:

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{4}{32} = 0,125 \ \ kmol$$

La pressione parziale dell'azoto alla fine della miscelazione è:

$$p_{N_2} = p - p_{O_2} = 15 - 10 = 5 \ bar$$

Poiché:

$$\frac{n_{O_2}}{n_{N_2}} = \frac{p_{O_2}}{p_{N_2}} \Rightarrow n_{N_2} = n_{O_2} \frac{p_{N_2}}{p_{O_2}} = 0,125 \cdot \frac{5}{10} = 0,625 \ kmol$$

La quantità di azoto introdotta nel contenitore è:

$$m_{N_2} = n_{N_2} \cdot M_{N_2} = 0,0625 \cdot 28 = 1,75 \ kg$$

Esercizio 11.11

L'analisi dei fumi provenienti da un processo combustione ha dato i seguenti risultati: T=160 °C, p=103 kPa; composizione molare: anidride carbonica: 0,05; acqua: 0,19; ossigeno: 0,03; azoto: 0,73.

Calcolare:

a) a temperatura di rugiada della miscela,

b) la frazione in massa di acqua originariamente presente nella miscela che è condensata se i fumi vengono raffreddati fino a 40 °C.

La pressione parziale del vapore contenuto nei fumi è data da:

$$p_{vap} = y_{vap} \cdot p = 0,19 \cdot 103 = 19,5\ kPa$$

La temperatura di rugiada è dunque: (da tabelle termodinamiche)

a) $T_r = 60°C$

Quando la temperatura è 40 °C, la pressione di saturazione del vapore è:

$$p_{sat@40°C} = 7,347\ kPa$$

La frazione molare di vapore nella miscela sarà data da:

$$y'_{vap} = \frac{p_{vap@40°C}}{p} = \frac{7,374}{103} = 0,072$$

Il rapporto tra le moli di vapore e le moli dei gas contenuti nella miscela è dato da:

$$\frac{n_{vap}}{n_g} = \frac{y_{vap}}{1 - y_{vap}}$$

Applicando l'equazione alla miscela originaria e a quella a 40 °C si ha:

$$\frac{n_{vap}}{n_g} = \frac{y_{vap}}{1 - y_{vap}} = \frac{0,19}{1 - 0,19} = 0,2346$$

$$\frac{n'_{vap}}{n_g} = \frac{y'_{vap}}{1 - y'_{vap}} = \frac{0,072}{1 - 0,072} = 0,0776$$

Dunque:

$$\frac{n'_{vap}}{n_{vap}} = \frac{0,0776}{0,2346} = 0,331$$

La frazione di vapore condensato è data da:

b) $\dfrac{n_{vap} - n'_{vap}}{n_{vap}} = 0,669$

Esercizio 11.12

Da una massa di aria atmosferica inizialmente alle condizioni T_{ba}=35 °C, φ=50% e p=1,10325 bar viene rimossa una quantità di umidità pari a 5 $g_{vap} \cdot kg_{as}^{-1}$.
A seguito della rimozione di umidità la temperatura dell'aria diventa T_{ba}=24 °C.
Determinare:
a) l'umidità relativa,
b) la temperatura di rugiada.

Dalle tabelle si ricava la pressione di saturazione dell'acqua a 35 °C:

$$p_{sat} = 5,6\ kPa$$

La pressione di vapore è data da:

$$p_{vap} = \varphi \cdot p_{sat} = 0,5 \cdot 5,6 = 2,8\ kPa$$

L'umidità specifica è:

$$x = 0,622 \frac{p_{vap}}{p - p_{vap}} = 0,622 \frac{2,8}{101,325 - 2,8} = 0,0177\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

Sottraendo una quantità di umidità pari a 5 $g_{vap} \cdot kg_{as}^{-1}$ si ottiene:

$$x' = 0,0177 - 0,005 = 0,0127\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

La pressione di vapore diventa:

$$p_{vap} = \frac{x'}{(0,622 + x')} \cdot p = \frac{0,0127}{(0,622 + 0,0127)} \cdot 101,325 = 2,027\ kPa$$

Dalle tabelle si ricava la pressione di saturazione dell'acqua a 24 °C:

$$p_{sat} = 3\ kPa$$

L'umidità relativa è:

a) $\varphi' = \dfrac{p_{vap}}{p_{sat}} = \dfrac{2,027}{3} = 0,676 \Rightarrow 67,6\%$

La temperatura di rugiada è:

b) $T_r \approx 18°C$

Esercizio 11.13

Un recipiente rigido contiene una miscela di gas ideali composta da 5 kg di metano (PM=16) e 4 kg di anidride carbonica (PM=44) alle condizioni p=2 bar e T=15 °C.

Calcolare:

a) la frazione molare di ogni componente,

b) il peso molecolare apparente della miscela,

c) la costante caratteristica apparente della miscela,

d) le pressioni parziali e i volumi parziali,

e) il volume e la densità della miscela,

f) i calori specifici a pressione costante e a volume costante della miscela.

Se la miscela viene riscaldata a volume costante fino a 50 °C, calcolare:

g) la variazione di energia interna, entalpia ed entropia della miscela.

Se la miscela viene riscaldata a pressione costante fino a 50 °C, calcolare:

h) la variazione di energia interna, entalpia ed entropia della miscela.

(si assuma: k=1,3 per il metano, k=1,28 per l'anidride carbonica)

Il numero di moli dei componenti della miscela è:

$$n_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{5}{16} = 0,3125\ kmol$$

$$n_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{M_{CO_2}} = \frac{4}{44} = 0,091\ kmol$$

Il numero totale di moli contenute nell'unità di massa della miscela è pertanto pari a:

$$n_m = 0,3125 + 0,091 = 0,4035\ kmol$$

La frazione molare dei singoli componenti vale dunque:

a) $$y_{CH_4} = \frac{0,3125}{0,4025} = 0,775$$

$$y_{CO_2} = \frac{0,091}{0,4035} = 0,235$$

Il peso molecolare medio è:

b) $$M_m = \frac{m_m}{n_m} = \frac{5+4}{0,4035} = 22,30\ kg\ kmol^{-1}$$

La costante caratteristica apparente della miscela è:

c) $$R_m = \frac{\overline{R}}{M_m} = \frac{8,314}{22,30} = 0,373\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

Il volume e la densità della miscela sono dati da:

d) $$V = \frac{m_m \cdot R_m \cdot T}{p} = \frac{9 \cdot 0,373 \cdot 288}{200} = 4,83\ m^3$$

$$\rho_m = \frac{m_m}{V} = \frac{9}{4,83} = 1,86\ kgm^{-3}$$

Infine i volumi e le pressioni parziali sono dati da:

e) $p_{CH_4} = y_{CH_4} \cdot p = 0,775 \cdot 200 = 155\ kPa$

$$V_{CH_4} = y_{CH_4} \cdot V = 0,775 \cdot 4,83 = 3,74\ m^3$$
$$p_{CO_2} = p - p_{CH_4} = 200 - 155 = 45\ kPa$$
$$V_{CO_2} = V - V_{CH_4} = 4,83 - 3,74 = 1,09\ m^3$$

Le frazioni in massa sono date da:

$$x_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{m_m} = \frac{5}{9} = 0,55$$
$$x_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_m} = \frac{4}{9} = 0,45$$

f) I calori specifici a volume e a pressione costante sono:

$$\overline{c}_{v,CH_4} = 1,74 \cdot 16 = 27,16\ kJ\ mol^{-1}K^{-1}$$
$$\overline{c}_{v,CO_2} = 0,676 \cdot 44 = 29,74\ kJ\ mol^{-1}K^{-1}$$
$$\overline{c}_{p,CH_4} = 2,2537 \cdot 16 = 36,06\ kJ\ mol^{-1}K^{-1}$$
$$\overline{c}_{p,CO_2} = 0,846 \cdot 44 = 37,22\ kJ\ mol^{-1}K^{-1}$$
$$\overline{c}_{p,m} = y_{CH_4}\overline{c}_{p,CH_4} + y_{CO_2}\overline{c}_{p,CO_2} = 0,775 \cdot 36,06 + 0,225 \cdot 37,22 = 36,32\ kJ\ mol^{-1}K^{-1}$$
$$c_{p,m} = x_{CH_4}c_{p,CH_4} + x_{CO_2}c_{p,CO_2} = 0,55 \cdot 2,2537 + 0,45 \cdot 0,846 = 1,62\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$
$$\overline{c}_{v,m} = y_{CH_4}\overline{c}_{v,CH_4} + y_{CO_2}\overline{c}_{v,CO_2} = 0,775 \cdot 27,16 + 0,225 \cdot 29,74 = 27,74\ kJ\ mol^{-1}K^{-1}$$
$$c_{v,m} = x_{CH_4}c_{v,CH_4} + x_{CO_2}c_{v,CO_2} = 0,55 \cdot 1,74 + 0,45 \cdot 0,676 = 1,26\ kJ\ kg^{-1}K^{-1}$$

g) $\Delta U_m = m_m c_{v,m} \Delta T = 9 \cdot 1,26 \cdot (50 - 15) = 397\ kJ$

$$\Delta S_{m,V=cost} = m_m c_{v,m}\, ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 9 \cdot 1,26 \cdot ln\left(\frac{323}{288}\right) = 1,30\ kJ$$

h) $\Delta H_m = m_m c_{p,m} \Delta T = 9 \cdot 1,62 \cdot (50 - 15) = 510,3\ kJ$

$$\Delta S_{m,P=cost} = m_m c_{p,m}\, ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 9 \cdot 1,62 \cdot ln\left(\frac{323}{288}\right) = 1,67\ kJ$$

Esercizio 11.14

Si consideri aria secca a pressione atmosferica (1,01325 bar) e si assuma che la composizione in volume della miscela sia ossigeno 21% e azoto 79%.

Calcolare:

a) la frazione in massa di ossigeno,

b) le pressioni parziali dell'azoto e dell'ossigeno,

c) il numero moli di ossigeno per mole di azoto.

Poiché:

$$M_{as} = y_{O_2} M_{O_2} + y_{N_2} M_{N_2} = 0,21 \cdot 32 + 0,79 \cdot 28 = 28,84\ kg\ kmol^{-1}$$

La frazione in massa di ossigeno è:

a) $$x_{O_2} = y_{O_2} \frac{M_{O_2}}{M_m} = 0,21 \cdot \frac{32}{28,84} = 0,23$$

Le pressioni parziali sono date da:

b) $$p_{O_2} = y_{O_2} p = 0,21 \cdot 101,325 = 21,28\ kPa$$

$$p_{N_2} = y_{N_2} p = 0,79 \cdot 101,325 = 80,045\ kPa$$

Poiché:

$$n_{O_2} = y_{O_2} n_m , n_{N_2} = y_{N_2} n_m$$

c) $$\frac{n_{O_2}}{n_{N_2}} = \frac{y_{O_2}}{y_{N_2}} = \frac{0,21}{0,79} = 0,266$$

Esercizio 11.15

Lo psicrometro posizionato in uno stabilimento industriale riporta le seguenti letture: T_{ba}=30 °C, T_{bu}=23 °C.

Considerando la pressione nella stanza pari a 1,01325 bar, determinare:

a) l'umidità specifica,

b) l'umidità relativa,

c) la densità del vapore presente nell'aria,

d) la temperatura di rugiada,

e) l'entalpia dell'aria

Con l'aiuto del diagramma psicrometrico, a partire dai dati di T_{ba}=30 °C e T_{bu}=23 °C si determina l'umidità relativa pari a: 88%.

Dalle tabelle si ricava la pressione di saturazione dell'acqua a 30 °C:

$$p_{sat} = 4,24\ kPa$$

La pressione di vapore è data da:

$$p_{vap} = \varphi \cdot p_{sat} = 0,88 \cdot 4,24 = 3,73\ kPa$$

L'umidità specifica è:

a) $$x = 0,622 \frac{p_{vap}}{p - p_{vap}} = 0,622 \frac{3,73}{101,325 - 3,73} = 0,0237\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

b) $$\varphi = 0,88 \Rightarrow 88\%$$

Poiché:

$$\varphi = \frac{m_v}{m_{vs}} = \frac{\rho_v}{\rho_{vs}}$$

Alla temperatura di 30 °C

$$v_{vs} = 32,94\ m^3 kg^{-1} \Rightarrow \rho_{vs} = 0,03\ kg\ m^{-3}$$

c) $$\rho_v = \varphi \cdot \rho_{vs} = 0,88 \cdot 0,03 = 0,267\ kg\ m^{-3}$$

L'entalpia dell'aria è:

d) $$h = T + x\left(2500 + 1,92 \cdot T\right) = 30 + 0,0237\left(2500 + 1,92 \cdot 30\right) = 90,61\ kJ\ kg_{as}^{-1}$$

Esercizio 11.16

Si deve preparare in un recipiente una miscela di idrogeno e azoto tale che il rapporto dei volume sia 2:1.

Alle condizioni T=15 °C e p=1 bar, calcolare:

a) la massa di N_2,

b) il volume del recipiente.

Poiché il rapporto dei volume deve essere 2:1

$$y_{H_2} = 0,67$$

$$y_{N_2} = 0,33$$

Poiché:

$$M_m = y_{H_2} M_{H_2} + y_{N_2} M_{N_2} = 0,67 \cdot 2 + 0,33 \cdot 28 = 10,58 \ kg \ kmol^{-1}$$

La frazione in massa dei componenti la miscela è:

$$x_{H_2} = y_{H_2} \frac{M_{H_2}}{M_m} = 0,67 \cdot \frac{2}{10,58} = 0,13$$

$$x_{N_2} = y_{N_2} \frac{M_{N_2}}{M_m} = 0,33 \cdot \frac{28}{10,58} = 0,87$$

Supponendo una massa unitaria di miscela: $m_m = 1 \ kg$

La massa di ogni componete la miscela è:

$$m_{H_2} = y_{H_2} m_m = 0,87 \ kg$$

a) $m_{N_2} = y_{N_2} m_m = 0,13 \ kg$

Il numero di moli di ogni componete la miscela è:

$$n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = 0,0311 \ kmol$$

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = 0,065 \ kmol$$

Il numero di moli complessivo è:

$$n_m = n_{O_2} + n_{H_2} = 0,0961 \ kmol$$

Il volume è dato da:

b) $V = \dfrac{n_m \cdot \overline{R} \cdot T}{p} = \dfrac{0,0961 \cdot 8,314 \cdot 288}{100} = 2,3 \ m^3$

Esercizio 11.17
Un contenitore rigido di volume V=0,5 m^3 contiene 0,5 kg di anidride carbonica (PM=44) e 2,0 kg di aria secca a 25 °C.
Calcolare:
a) la pressione parziale di ogni componente,
b) la pressione totale nel recipiente.
(si consideri, per semplicità, la composizione in massa dell'aria data dal 23,5% di ossigeno (PM=32) e dal 76,5% di azoto (PM=28)).

La massa di ogni componente la miscela è data da:

$$m_{O_2} = x_{O_2} m_{as} = 0.235 \cdot 2 = 0,47\ kg$$

$$m_{N_2} = x_{N_2} m_{as} = 0.765 \cdot 2 = 1,53\ kg$$

$$m_{CO_2} = 0,5\ kg$$

Il numero di moli di ogni componente la miscela è:

$$n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{0,47}{32} = 0,0146\ kmol$$

$$n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{1,53}{28} = 0,0546\ kmol$$

$$n_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{M_{CO_2}} = \frac{0,5}{44} = 0,011\ kmol$$

a) La pressione parziale di ogni componente è:

$$p_{O_2} = \frac{n_{O_2}\bar{R}T}{V} = \frac{0,0146 \cdot 8,314 \cdot 298}{0,5} = 72,34\ kPa$$

$$p_{N_2} = \frac{n_{N_2}\bar{R}T}{V} = \frac{0,0546 \cdot 8,314 \cdot 298}{0,5} = 270,55\ kPa$$

$$p_{CO_2} = \frac{n_{CO_2}\bar{R}T}{V} = \frac{0,011 \cdot 8,314 \cdot 298}{0,5} = 54,51\ kPa$$

b) La pressione totale nel recipiente è:

$$p = p_{O_2} + p_{N_2} + p_{CO_2} = 72,34 + 270,55 + 54,51 = 394,4\ kPa \approx 4\ bar$$

Esercizio 11.18

Un recipiente rigido di volume V=2 m^3 contiene 4 kg di una miscela composta dai 2 gas A e B a T_1=20 °C nelle proporzioni 60% e 40% in volume.

Le costanti caratteristiche per i due gas sono R_A=0,260 kJ·kg^{-1}·K^{-1} e R_B=0,300 kJ·kg^{-1}·K^{-1}.

Calcolare:

a) la pressione totale,

b) le pressioni parziali dei due componenti,

b) la costante caratteristica apparente della miscela.

La massa molare dei due componenti la miscela è data da:

$$M_A = \frac{\overline{R}}{R_A} = \frac{8{,}314}{0{,}260} = 32\ kg\ kmol^{-1}$$

$$M_B = \frac{\overline{R}}{R_B} = \frac{8{,}314}{0{,}300} = 27{,}7\ kg\ kmol^{-1}$$

La massa molare apparente della miscela è:

$$M_m = y_A M_A + y_B M_B = 0{,}60 \cdot 32 + 0{,}40 \cdot 27{,}7 = 30{,}28\ kg\ kmol^{-1}$$

La costante caratteristica media della miscela è:

$$R_m = \frac{\overline{R}}{M_m} = \frac{8{,}314}{30{,}28} = 0{,}274\ kJkg^{-1}K^{-1}$$

La pressione totale è data da:

a) $$p = \frac{m_m R_m T}{V} = \frac{4 \cdot 0{,}274 \cdot 298}{2} = 160{,}9\ kPa$$

La pressione parziale dei componenti è:

b) $$p_A = y_A p = 0{,}6 \cdot 160{,}9 = 96{,}54\ kPa$$
$$p_B = y_B p = 0{,}4 \cdot 160{,}9 = 64{,}36\ kPa$$

c) $$R_m = 0{,}274\ kJkg^{-1}K^{-1}$$

Esercizio 11.19

Una portata di aria umida entra in un compressore a p_1=1 bar, T_1=20 °C e φ_1=65%. L'aria viene compressa fino a 3 bar e poi raffreddata in uno scambiatore intermedio. Si calcoli la temperatura minima a cui può essere portata l'aria senza che si manifesti condensazione del vapore acqueo.

Dalle tabelle si ricava la pressione di saturazione dell'acqua a 20 °C:

$$p_{sat} = 2,337\ kPa$$

La pressione di vapore è data da:

$$p_{vap} = \varphi \cdot p_{sat} = 0,65 \cdot 2,337 = 1,52\ kPa$$

L'umidità specifica è:

$$x = 0,622 \frac{p_{vap}}{p - p_{vap}} = 0,622 \frac{1,52}{100 - 1,52} = 9,6 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

Ricavo la pressione parziale del vapore a 3 bar:

$$p_{vap} = \frac{x}{(0,622 + x)} \cdot p = \frac{9,6 \cdot 10^{-3}}{\left(0,622 + 9,6 \cdot 10^{-3}\right)} \cdot 300 = 4,5\ kPa = 0,045\ bar$$

La temperatura minima a cui può essere portata l'aria senza che si manifesti condensazione del vapore acqueo è :

$$T_{min} = 30,94 °C$$

Esercizio 11.20

Un contenitore rigido si trova a p=1,01325 bar e T=25 °C e contiene una miscela di gas ideali composta da 0,5 moli di monossido di carbonio e 3 moli di aria secca.

Calcolare:

a) le masse di CO, N_2, O_2 e la massa totale,

b) il contenuto in massa di carbonio (in percentuale),

c) il peso molecolare apparente e la costante del gas per la miscela

d) il volume specifico della miscela.

Considerando l'aria secca composta, in volume per il 21% di ossigeno e per il 79% di azoto, il numero di moli di ogni componente la miscela è:

$$n_{O_2} = y_{O_2} \cdot n_{as} = 0{,}21 \cdot 3 = 0{,}63\ mol$$

$$n_{N_2} = y_{N_2} \cdot n_{as} = 0{,}79 \cdot 3 = 2{,}37\ mol$$

$$n_{CO} = 0{,}5\ mol$$

Considerando:

$$M_{O_2} = 32\ kg\ kmol^{-1}, M_{N_2} = 28\ kg\ kmol^{-1}, M_{CO} = 28\ kg\ kmol^{-1}$$

a) Le masse dei singoli componenti sono date da:

$$m_{O_2} = n_{O_2} \cdot M_{O_2} = 0{,}63 \cdot 32 \cdot 10^{-3} = 0{,}02\ kg$$

$$m_{N_2} = n_{N_2} \cdot M_{N_2} = 2{,}37 \cdot 28 \cdot 10^{-3} = 0{,}066\ kg$$

$$m_{CO} = n_{CO} \cdot M_{CO} = 0{,}5 \cdot 28 \cdot 10^{-3} = 0{,}014\ kg$$

La massa totale della miscela è data da:

$$m_m = m_{O_2} + m_{N_2} + m_{CO} = 0{,}02 + 0{,}066 + 0{,}014 = 0{,}1\ kg$$

Il peso molecolare del carbonio è 12, ci sono dunque 12g di carbonio per ogni mole di CO

b) $$\%C = \frac{12}{100} \cdot 100 = 12\%$$

Il peso molecolare apparente e la costante caratteristica della miscela sono dati da:

c) $$M_m = \frac{m_m}{n_m} = \frac{0{,}1}{3{,}5 \cdot 10^{-3}} = 28{,}6\ kg\ kmol^{-1}$$

$$R_m = \frac{\overline{R}}{M_m} = \frac{8{,}314}{28{,}6} = 0{,}2907\ kJkg^{-1}K^{-1}$$

Il volume specifico della miscela è:

d) $$v_m = \frac{R_m \cdot T}{p} = \frac{0{,}2907 \cdot 298}{101{,}325} = 0{,}855\ m^3kg^{-1}$$

capitolo 13

Esercizio 13.1

Il flusso termico specifico attraverso la porta di una cella frigorifera, avente uno spessore L = 4 cm, viene misurato alla superficie interna della porta stessa ed e pari a $\dot{Q}'$ = 22 W m^{-2}. Il valore della temperatura alla superficie interna della porta e pari a T1 = 5 °C e quello alla superficie esterna e pari a T2 = 16 °C. Si calcoli il valore del coefficiente di conduttività medio della porta della cella frigorifera.

Il problema si risolve utilizzando:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A \cdot \frac{T_2 - T_1}{L}$$

dove A rappresenta l'area della superficie della porta della cella frigorifera; dalla formula sopra indicata si ottiene il valore del coefficiente di conduttività media della porta della cella frigorifera:

$$\lambda = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{L}{T_2 - T_1} = \dot{Q}' \cdot \frac{L}{T_2 - T_1} = 22 \cdot \frac{0,04}{16 - 5} = 0,08\ Wm^{-1}K^{-1}$$

Esercizio 13.2

Una abitazione con riscaldamento elettrico ha pareti alte 2.7 m con un rapporto spessore/conducibilità termica $L/\lambda = 2.5\ m^2\ K\ W^{-1}$. Due pareti sono lunghe 10 m e le altre 7 m. La casa è mantenuta sempre alla temperatura $T_1 = 18$ °C, mentre la temperatura esterna è variabile. Si calcoli il flusso termico dissipato attraverso le pareti in un giorno con temperatura media all'esterno pari a $T_2 = 8$ °C.

Come coefficienti di scambio termico per convezione e radiazione combinate si usino i valori generalmente raccomandati (con riferimento al periodo invernale): $h_i = 8.3\ W\ m^{-2}\ K^{-1}$ per le superfici interne delle pareti e $h_e = 22.7\ W\ m^2\ K^{-1}$ per le superfici esterne delle pareti.

Si calcoli l'area A di scambio termico delle pareti☹2*

$$A = (2 \cdot 10 + 2 \cdot 7) \cdot 2,7 = 91,8\ m2$$

Le singole resistenze valgono:

$$R_i = R_{conv,i} = \frac{1}{h_i \cdot A} = \frac{1}{8,3 \cdot 91,80} = 0,001312\ KW^{-1}$$

$$R_{parete} = \frac{L}{\lambda \cdot A} = \frac{2,5}{91,80} = 0,02723\ KW^{-1}$$

$$R_e = R_{conv,e} = \frac{1}{h_e \cdot A} = \frac{1}{22,7 \cdot 91,80} = 0,000480\ KW^{-1}$$

Le tre resistenze sono in serie e la resistenza totale è data dalla loro somma:

$$R_{totale} = R_i + R_{parete} + R_e = 0,001312 + 0,02723 + 0,000480 = 0,02802\ KW^{-1}$$

Il flusso termico dissipata attraverso le pareti in condizioni stazionarie è:

$$\dot{Q} = \frac{T_2 - T_1}{R_{totale}} = \frac{10}{0,02902} = 344,6\ W$$

Esercizio 13.3

Sia data una parete di una stanza confinante con l'esterno. Le altre pareti della stanza siano confinanti con altri ambienti interni all'abitazione (tutti alla stessa temperatura della stanza considerata); si chiede di calcolare la potenza che una stufa elettrica interna alla stanza deve fornire per mantenere una differenza di temperatura costante tra interno ed esterno. Si supponga che la parete sia costituita da due strati, uno strato interno in mattoni (spessore s_1 = 0.18 m, coefficiente di conducibilità termica λ_1 = 1.2 W m^{-1} K^{-1}, uno esterno in gesso (spessore s_2 = 0.12 m, coefficiente di conducibilità termica λ_2 = 0.45 W m^{-1} K^{-1}.

Si supponga che la parete abbia un'altezza a = 2.70 m, una larghezza b = 4.50m.

Determinare la potenza necessaria a mantenere la temperatura interna a T_1 = 18 °C, quando all'esterno la temperatura e T_2 = 2 °C.

Si calcolino i valori delle singole resistenze termiche:

$$A=(2{,}7\cdot 4{,}5)=12{,}15\ m2$$

$$R_1=\frac{s_1}{\lambda_1\cdot A}=1{,}23\cdot 10^{-2}\ °CW^{-1}$$

$$R_2=\frac{s_2}{\lambda_2\cdot A}=2{,}19\cdot 10^{-2}\ °CW^{-1}$$

La resistenza termica totale risulta:

$$R_{totale}=R_1+R_2+R_e=1{,}23\cdot 10^{-3}+2{,}19\cdot 10^{-3}=0{,}034\ °CW^{-1}$$

La potenza (il flusso termico) da fornire è:

$$\dot{Q}=\frac{T_1-T_2}{R_{totale}}=\frac{18-2}{0{,}034}=110{,}59\ W$$

Esercizio 13.4
Due resistenze termiche possono trovarsi anche in parallelo (disposizione cui in un circuito elettrico ci si riferisce come un "partitore di corrente"). Si consideri ad esempio una stanza avente due lati confinanti con l'esterno (ossia una stanza *"d'angolo"*). Si supponga per semplicità che le due pareti "ad angolo" abbiano le medesime caratteristiche indicate nel problema precedente (una parete e in mattoni e l'altra e in gesso). Entrambe le pareti hanno la superficie interna alla temperatura T_1 = 18 °C e la superficie esterna alla temperatura T_2 = 2 °C. Calcolare il flusso termico necessario a mantenere in regime stazionario la differenza di temperatura a 16 °C.

Associando alle due pareti le corrispondenti resistenze termiche $\mathbf{R_1}$e $\mathbf{R_2}$, si ha un sistema di due resistenze termiche in parallelo (le due pareti si trovano alla medesima temperatura internamente ed esternamente). Fra la resistenza termica totale e le singole resistenze vale la relazione:

$$\frac{1}{R_{totale}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

e quindi:

$$R_{totale} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 7,92 \cdot 10^{-3} \ °C \ W^{-1}$$

Dunque in questo caso la potenza è:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{totale}} = \frac{18 - 2}{7,92 \cdot 10^{-3}} = 2020,2 \ W$$

Il valore di $\dot{Q}$in questo caso è molto maggiore del valore calcolato nell'esempio precedente. Il risultato si comprende facilmente per due motivi: si hanno due pareti che disperdono calore (sistema in parallelo) e le stesse due pareti sono costituite ognuna da un singolo strato (l'una di mattoni e l'altra di gesso).

Esercizio 13.5

Si consideri una cella frigorifera, con dimensioni *esterne* 2.00 × 2.00 × 1.70 m^3 (L × L × H). Le pareti laterali e quella superiore sono costituite da *due strati in materiale plastico rigido*, ognuno con spessore 5 mm e conduttività termica 0.75 W m^{-1} K^{-1}, tra le quali è inserito *uno strato di isolante termico schiumato* con spessore 100 mm e conduttività termica 0.032 W m^{-1} K^{-1}. I coefficienti di scambio termico convettivo sulla superficie interna e sulla superficie esterna delle pareti valgono, rispettivamente, 11 W m^{-2} K^{-1}e 14 W m^{-2} K^{-1}. Il pavimento della cella si può considerare adiabatico. Sapendo che l'ambiente esterno si trova a 24 °C, determinare la potenza termica che è necessario estrarre dalla cella frigorifera per mantenere, in condizioni stazionarie, una temperatura interna pari a –18 °C.

Se si etichettano con n = 1,2,3,4 le quattro pareti verticali e con n = 5 la parete orizzontale superiore (la parete inferiore è adiabatica), l'area della superficie di passaggio del flusso termico è per ciascuna parete pari a:

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = L \cdot H = 2 \cdot 1{,}7 = 3{,}4\ m^2$$

$$A_5 = L^2 = 2^2 = 4\ m^2$$

Se si trascurano gli effetti di bordo, dal punto di vista della trasmissione del calore *le cinque pareti sono disposte in parallelo*. Le resistenza equivalente totale della n-esima parete (n = 1,2,3,4,5) è data dalla somma delle resistenze nel circuito in serie relativo alla parete medesima:

$$R_n = R_{in} + R_{pn} + R_{sn} + R_{pn} + R_{en} = \frac{1}{(h_i \cdot A_n)} + \frac{s_p}{\lambda_p \cdot A_n} + \frac{s_s}{\lambda_s \cdot A_n} + \frac{s_p}{\lambda_p \cdot A_n} + \frac{1}{(h_i \cdot A_n)}$$

Considerando ora il circuito costituito dall'insieme dei cinque rami in parallelo, ognuno caratterizzato da resistenza R_n (n = 1,2,3,4,5), si ha che *la resistenza equivalente totale del circuito*, R, è data da:

$$\frac{1}{R} = \sum_1^5 \frac{1}{R_n}$$

Poiché le pareti sono identiche tra loro rispetto allo spessore, e *la superficie totale A interessata allo scambio di calore è data da:*

$$A = \sum_1^5 A_n = 4 \cdot (L \cdot H) + L^2 = 17{,}6\ m^2$$

si ottiene:

$$R = \frac{1}{(h_i \cdot A)} + \frac{s_p}{\lambda_p \cdot A} + \frac{s_s}{\lambda_s \cdot A} + \frac{s_p}{\lambda_p \cdot A} + \frac{1}{(h_i \cdot A)}$$

In sostanza, con buona approssimazione, la resistenza equivalente di un insieme di pareti che delimitano un vano e presentano identiche caratteristiche rispetto alla direzione normale alle loro superfici principali è uguale alla resistenza di una singola parete con area di passaggio del calore pari alla somma delle aree delle pareti dell'insieme suddetto. Nel caso in esame si ottiene:

$$R = 0{,}188\ °C\ W^{-1}$$

La potenza termica trasferita tra ambiente esterno ed ambiente interno, che deve essere a regime e con continuità estratta dalla cella frigorifera per mantenere all'interno di questa una temperatura stabile è data da:

$$\dot{Q} = \frac{T_e - T_i}{R} = 233{,}404\ W$$

Naturalmente lungo gli spigoli della cella avvengono fenomeni di conduzione multi-dimensionale che vanno opportunamente calcolati. Assumere la resistenza equivalente di un insieme di pareti che delimitano un vano pari alla resistenza di una singola parete avente area uguale alla somma delle aree delle pareti è accettabile solamente se tali pareti presentano caratteristiche identiche (o almeno assai simili) rispetto alla direzione normale alle loro superfici principali, in termini di materiali, spessori e coefficienti di convezione.
L'ipotesi di pavimento isolato va in generale usata con una certa cautela. Occorre inoltre rilevare che nella pratica non si può dimensionare il gruppo di refrigerazione solo in base alla potenza termica trasferita in condizioni stazionarie, ma occorre anche valutare i carichi termici transitori.

Esercizio 13.6

Un microprocessore al carico computazionale massimo dissipa una potenza termica pari a 75 W. L'area della superficie attraverso cui il calore e dissipato misura 7,5 mm × 7,5 mm.

La temperatura dell'ambiente è pari a 30 °C. Si determini la resistenza termica di un dissipatore di calore (una superficie alettata in metallo con ventola di raffreddamento) in modo che la massima temperatura di funzionamento del microprocessore, pari a 70 °C, non venga raggiunta.

Si chiede di determinare R_d (resistenza del dissipatore) nel caso stazionario, effetti di bordo trascurabili, geometria mono-dimensionale, resistenze conduttive interne trascurabili, resistenze di contatto trascurabili, superficie inferiore del microprocessore termicamente isolata. La potenza termica potrebbe sembrare limitata. In realtà il flusso termico è molto elevato a causa della ridotta superficie di scambio del microprocessore. Si ha infatti:

$$A = L^2 = 56,25 \cdot 10^{-6}\ m^2$$

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = 1333333\ Wm^{-2} = 1,33\ MWm^{-2}$$

La resistenza termica del dissipatore da applicare sopra il processore deve essere tale che:

$$T_{CPU} \le T_{max}$$

$$\left(T_{CPU} - T_a\right) = R_d \cdot \dot{Q}_{max} \le \left(T_{max} - T_a\right)$$

e, quindi:

$$R_d \le \frac{\left(T_{max} - T_a\right)}{\dot{Q}_{max}} = 0,53°CW^{-1}$$

La resistenza termica complessiva di un dissipatore termico a superficie alettata con ventola è generalmente fornita dal produttore. La parte termicamente attiva del microprocessore scambia calore con l'ambiente esterno sia tramite il dissipatore, che attraverso il fondo del microprocessore e la scheda su cui questo è montato con effetti generalmente trascurabili.

Esercizio 13.7
Si consideri una parete piana con le seguenti misure: base (L = 9 m), altezza (H = 3 m) e spessore (s=10 cm), delimitante un locale realizzata in calcestruzzo con conduttività termica pari a λ = 1.6 $Wm^{-1}\,K^{-1}$. La superficie interna della parete si trova a temperatura T_i = 24 °C, la superficie esterna a temperatura T_e = 8 °C. Calcolare la potenza termica attraverso la parete.

Si tratta di risolvere il problema in condizioni stazionarie con proprietà del materiale omogenee e indipendenti dalla temperatura, temperature superficiali uniformi e costanti, effetti ai bordo trascurabili, simmetria monodimensionale. La potenza termica trasferita per conduzione attraverso la parete, dalla superficie più calda a quella più fredda è regolata dalla relazione:

$$\left(T_i - T_e\right) = \frac{s}{\lambda \cdot A}\dot{Q}$$

che si può anche scrivere nella forma (analogia alla legge di Ohm $\Delta V = R \cdot I$)

$$\Delta T = R \cdot \dot{Q}$$

La resistenza alla conduzione del calore attraverso la parete, R, è data da:

$$R = \frac{s}{\lambda \cdot A} = 0{,}002315°CW^{-1} = 2{,}315 \cdot 10^{-3}\ °CW^{-1}$$

in cui l’area vale:

$$A = L \cdot H = 27\ m^2$$

La potenza termica che attraversa la parete si calcola immediatamente:

$$\dot{Q} = \frac{\left(T_i - T_e\right)}{R} = 6911\ W = 6{,}911\ kW$$

La schematizzazione del problema assume che le superfici di bordo della parete siano adiabatiche e l’approssimazione è in generale accettabile se lo spessore della parete è molto minore rispetto alle altre dimensioni della parete stessa. In effetti, in tal caso il flusso termico ai bordi è trascurabile rispetto a quello che attraversa le superfici principali.

Esercizio 13.8

Il flusso termico specifico $\dot{Q}''$ attraverso una parete di spessore L = 40 cm e pari a 7 W m^{-2}. La parete e formata da due strati di materiale differenti aventi spessore L_1 = 5 cm e L_2 = 35 cm e coefficienti di conducibilità termica λ_1 = 0.04 W m^{-1} K^{-1} e λ_2 = 0.70 W m^{-1} K^{-1}. Determinare la temperatura superficiale esterna T_2 della parete, quando quella interna e pari a T_1 = 18 °C.

Si può risolvere semplicemente il problema tenendo presente che si opera in regime stazionario, che il flusso termico attraverso i due strati è il medesimo e che il flusso termico specifico è:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = 7\ W$$

Dove A rappresenta la superficie dei due strati.

Si indichino con T_1 , T_m, T_2 le temperature sulla superficie interna, sulla superficie intermedia e sulla superficie esterna. Le equazioni che risolvono il problema sono:

$$\dot{q} = \frac{\lambda_1}{L_1}(T_1 - T_m) = \frac{\lambda_2}{L_2}(T_m - T_2)$$

Da cui si ricava:

$$T_2 = T_1 - \dot{q}\left(\frac{\lambda_1}{L_1} + \frac{\lambda_2}{L_2}\right) = 5{,}75°C$$

Esercizio 13.9

Sia data una finestra di vetro (altezza H = 1,5 m, larghezza L = 1.0 m, spessore s = 6 mm, coefficiente di conducibilità termica l = 0,80 [W m^{-1} K^{-1}]). Si calcoli:

(1): il flusso termico attraverso la finestra in regime stazionario;

(2): la temperatura sulla superficie interna in un giorno in cui la temperatura della stanza e mantenuta a 20 °C, mentre la temperatura esterna e –4 °C. Si supponga che i coefficienti di scambio termico convettivo della superficie interna e sulla superficie esterna della finestra siano rispettivamente h_i = 8 W m^{-2} K^{-1} e h_e = 20 W m^{-2} K^{-1} e si trascuri la trasmissione per irraggiamento.

L'area della superficie della finestra e pari a:

$$A = H \cdot L = 1,5 \cdot 1,0 = 1,5\ m^2$$

Si possono calcolare le resistenze termiche dei singoli strati:

$$R_i = R_{conv,i} = \frac{1}{h_i \cdot A} = \frac{1}{8,0 \cdot 1,15} = 0,083\ °CW^{-1}$$

$$R_{parete} = \frac{L}{\lambda \cdot A} = \frac{0,006}{0,80 \cdot 1,5} = 0,0050\ °CW^{-1}$$

$$R_e = R_{conv,e} = \frac{1}{h_e \cdot A} = \frac{1}{20 \cdot 1,5} = 0,075\ °CW^{-1}$$

La resistenza totale è data dalla somma delle single resistenze:

$$R_{totale} = R_i + R_{parete} + R_e = 0,083 + 0,0050 + 0,075 = 0,163\ °CW^{-1}$$

Il flusso termico attraverso la finestra è dato da:

a) $\dot{Q} = \frac{T_i - T_e}{R_{totale}} = \frac{24}{0,163} = 149,6\ W$

La temperatura superficiale interna $T_{s,i}$ si calcola come segue: poiché si assume il regime stazionario è $\dot{Q}$ costante ed è anche :

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_{sup,int}}{R_{conv,int}}$$

dalla quale si ricava:

b) $T_{sup,int} = 6,7°C$

Esercizio 13.10

Un conduttore elettrico di lunghezza L = 4 metri e di diametro $2r_1$ = 3.5 mm e rivestito da un isolante plastico di spessore s = 3 mm, il cui coefficiente di conducibilità termica sia λ= 0.18 W m^{-1} K^{-1}. Il conduttore è attraversato da una corrente elettrica di intensità I = 8 A e la caduta di potenziale ai suoi capi vale V = 9 V; la superficie esterna dell'isolante subisce uno scambio termico convettivo con un fluido posto a T_∞ = 27 °C, con un coefficiente di scambio termico convettivo pari a h = 14 W m^{-1} K^{-1}. Si calcoli la temperatura dell'interfaccia fra il conduttore e l'isolante guaina e si valuti se raddoppiando lo spessore della guaina isolante si incrementa o meno lo scambio termico totale.

Si indichi con T_1 la temperatura all'interfaccia conduttore-isolante e con

$$r_2 = 1,75 + 3,0 = 4,75\ mm$$

il raggio del sistema conduttore-isolante.

La conoscenza di della intensità di corrente I e della differenza di potenziale ΔV permette di calcolare la potenza (il flusso termico) e di scrivere la relazione che lega la potenza stessa alla differenza di temperatura$(T_1 - T_\infty)$ ed alla resistenza termica totale (R_{cond} + R_{conv}):

$$\dot{Q} = V \cdot I = 9 \cdot 8 = 72\ W = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{cond} + R_{conv}}$$

dove:

$$R_{conv} = \frac{1}{h(2\pi r_2)L} = \frac{1}{14 \cdot (2\pi \cdot 0,00475) \cdot 4} = 0,60\ °CW^{-1}$$

$$R_{cond} = \frac{ln\left({r_2}/{r_1} \right)}{2\pi\lambda L} = \frac{ln\left({0,00475}/{0,00175} \right)}{2\pi \cdot 0,18 \cdot 4} = 0,22\ °CW^{-1}$$

Il calcolo di T_1è immediato:

$$T_1 - T_\infty = \dot{Q}\left(R_{cond} + R_{conv} \right) \Rightarrow T_1 = 27 + 72 \cdot (0,60 + 0,22) = 86°C$$

Ci si può chiedere se l'aggiunta di isolante ad un guscio cilindrico isolante ne aumenti in ogni caso la resistenza termica globale; bisogna in realtà tener conto del fatto che, se è vero che l'aggiunta di un isolante fa aumentare la resistenza termica conduttiva, contemporaneamente contribuisce ad aumentare la superficie esterna di scambio termico convettivo. Un semplice calcolo permette di identificare nel rapporto **λ/h** (detto raggio critico **r_{cr}**) il parametro necessario a decidere:

- se **r<λ/h** l'aggiunta di isolante incrementa lo scambio termico;
- se**r>λ/λ**l'aggiunta di isolante riduce lo scambio termico.

Nel nostro caso:

$$r_{cr} = \frac{\lambda}{h} = \frac{0,18}{14} = 0,0129\ m$$

$$r = 0,00175 + 2 \cdot 0,003 = 0,00775 < \left(\frac{h}{\lambda} \right)$$

L'aumento di spessore incrementerà lo scambio termico.

Esercizio 13.11
Una tubatura d'acciaio percorsa da fluido (vapore d'acqua: pressione p = 280 kPa e temperatura T_f= 240 °C) ha diametro esterno d_e = 110 mm e spessore s = 4.00 mm. Essa è collocata in aria alla temperatura T_a = 35 °C. Per la conduttività termica dell'acciaio si assuma λ_t = 75 W m^{-1} K^{-1}.
Il tubo è rivestito da uno strato di isolante con conduttività termica equivalente λ_{is} = 0,060 W m^{-1} K^{-1}. Per i coefficienti convettivi si assumano i valori: alla parete interna hi = 55 W m^{-2} K^{-1}; all'esterno h_e = 12 W m^{-2} K^{-1}. Calcolare lo spessore dell'isolante affinché la superficie esterna non superi la temperatura T_m = 65 °C.

Usando i seguenti simboli:
r_i; t_i = raggio e temperatura della faccia interna del tubo;
r_e; t_e = raggio e temperatura della faccia esterna del tubo;
r_{is}; t_{is} = raggio e temperatura della superficie esterna dello strato isolante.

Si può esprimere la resistenza termica totale R_{tot} *per unità di lunghezza* dell'insieme costituito da tubazione e rivestimento isolante come somma di quattro resistenze in serie: resistenza convettiva sulla parete interna, resistenza conduttiva dell'acciaio, resistenza conduttiva dell'isolante, resistenza convettiva esterna:

$$R_{tot} = \frac{1}{2\pi h_i r_i} + \frac{ln\left({r_e}/{r_i} \right)}{2\pi\lambda_t} + \frac{ln\left({r_{is}}/{r_e} \right)}{2\pi\lambda_{is}} + \frac{1}{2\pi h_e r_{is}}$$

Il flusso termico *per unità di lunghezza* nel sistema è dato dall'espressione seguente:

$$\dot{Q}'_L = \frac{1}{R_{tot}}\left(T_{is} - T_a\right)$$

La temperatura T_{is} (in regime stazionario) sulla superficie esterna dell'isolante si effettua come segue:

$$\dot{Q}'_L = h_e\left(T_{is} - T_a\right)$$

da cui si ottiene la condizione posta dal problema:

$$T_{is} = T_a + \frac{\dot{Q}'_L}{h_e} = T_a + \frac{1}{R_{tot} \cdot h_e}\left(T_f - T_a\right) \le T_m$$

La disequazione precedente diviene:

$$\frac{1}{R_{tot}} \le h_e \frac{T_m - T_a}{T_f - T_a} = 12 \cdot \frac{65 - 35}{240 - 35} = 1{,}756\ W\left(m°C\right)$$

Se si utilizza l'espressione di R_{tot} , si ottiene la nuova disequazione:

$$\frac{1}{2\pi h_i r_i} + \frac{ln\left({r_e}/{r_i} \right)}{2\pi\lambda_t} + \frac{ln\left({r_{is}}/{r_e} \right)}{2\pi\lambda_{is}} + \frac{1}{2\pi h_e r_{is}} \ge \frac{2\pi}{1{,}756} = 3{,}58\ m°CW^{-1}$$

che permette di isolare r_{is}:

$$\frac{ln\left(r_{is}\right)}{\lambda_{is}} + \frac{1}{h_e r_{is}} \ge 3{,}58\ - \frac{1}{h_i r_i} - \frac{ln\left({r_e}/{r_i} \right)}{\lambda_t} + \frac{ln\left(r_e\right)}{\lambda_{is}} = -45{,}118$$

$$\frac{0{,}083}{r_{is}} + 16{,}67\, ln\left(r_{is}\right) \ge -45{,}118$$

La disequazione finale va risolta con procedimento iterativo (EXCEL contiene metodi rapidi) e fornisce la condizione:

$$r_{is} \ge 0{,}06184\ m \approx 62\ mm$$

Lo strato di isolante dovrà avere uno di spessore che soddisfi alla condizione:

$$e = r_{is} - r_e \geq 62 - 55 = 7\ mm$$

Esercizio 13.12

Un tubo in materiale metallico con coefficiente di conducibilità termica λ_1 = 12 W m^{-1} K^{-1}, diametro esterno $2r_e$ = 8.0 cm e spessore s_1 = 1.5 cm e rivestito con materiale isolante con coefficiente di conducibilità termica l_2 = 0.3W m^{-1} K^{-1} e spessore s_2 = 1,5 cm. Un gas caldo alla temperatura Ti = 300 °C e coefficiente di scambio termico convettivo hi = 180W m^{-2} K^{-1} fluisce all'interno del tubo.

La superficie esterna dell'isolante e esposta all'aria alla temperatura T_e = 25 °C con coefficiente di scambio termico convettivo he = 40 W m^{-2} K^{-1}.

Calcolare:

1. il flusso termico per un tubo di lunghezza L = 4.5 m;
2. le cadute di temperatura:

a) nel gas;

b) nell'acciaio;

c) nell'isolante;

d) nell'aria esterna.

Si calcolano i valori delle quattro resistenze termiche in serie:

R_i=resistenza convettiva sulla superficie interna del tubo in acciaio;

R_1=resistenza conduttiva del tubo in acciaio;

R_2=resistenza conduttiva del rivestimento isolante;

R_e=resistenza convettiva sulla superficie esterna del rivestimento isolante:

$$R_i = \frac{1}{2\pi r_1 L h_i} = 7{,}86 \cdot 10^{-3} °C W^{-1}$$

$$R_1 = \frac{1}{2\pi L \lambda_1} ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 1{,}38 \cdot 10^{-3} \ °C W^{-1}$$

$$R_2 = \frac{1}{2\pi L \lambda_2} ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) = 37{,}4 \cdot 10^{-3} \ °C W^{-1}$$

$$R_e = \frac{1}{2\pi r_3 L h_e} = 16{,}05 \cdot 10^{-3} °C W^{-1}$$

Si ricordi che si è in regime stazionario e le quattro resistenze sono attraversate dallo stesso flusso termico $\dot{Q}$ dato da:

$$R_{totale} = R_i + R_1 + R_2 + R_e = 62{,}79 \cdot 10^{-3} \ °C W^{-1}$$

1) $\dot{Q} = \dfrac{T_i - T_e}{R_{totale}} = 4{,}34 \ kW$

2) Le cadute di temperatura sono date da:

a) $\Delta T_{gas} = \dot{Q} \cdot R_i = 34{,}11 \ °C$

b) $\Delta T_{acciaio} = \dot{Q} \cdot R_1 = 5{,}99 \ °C$

c) $\Delta T_{isolante} = \dot{Q} \cdot R_2 = 162{,}32 \ °C$

d) $\Delta T_{aria} = \dot{Q} \cdot R_e = 69{,}66 \ °C$

Esercizio 13.13

Una tubazione in PVC (λ_1 = 0.150 W m^{-1} K^{-1}) ha diametro esterno d_2 = 120 mm e spessore s_1 = 10 mm. Le temperature delle superfici interna ed esterna sono T_1 = 70 °C e T_2 = 55 °C rispettivamente. Si riduca lo scambio termico specifico rivestendo la tubazione con materiale isolante (λ_2 = 0.0.035 W m^{-1} K^{-1}). Si determini lo spessore di isolante al fine di ridurre il flusso termico specifico al 25% di quello corrispondente alle condizioni originarie, ipotizzando una temperatura T_3 = 18 °C sulla superficie esterna dell'isolante, mentre la temperatura sulla superficie interna della tubazione rimane invariata. Determinare inoltre la temperatura all'interfaccia tubazione-isolante.

Il diametro interno vale: $d_1 = d_2 - 2 \cdot s_1 = 0,120 - 2 \cdot 0,010 = 0,1000\ m$

La resistenza termica per unità di lunghezza della tubazione originaria vale:

$$R_{L_1} = \frac{1}{2\pi\lambda_1} ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) = 0,194\ m°CW^{-1}$$

Il flusso termico specifico attraverso la tubazione senza rivestimento isolante risulta:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{T_1 - T_2}{R_{L_1}} = \frac{70-55}{0,194} = 77,32\ Wm^{-1}$$

Il flusso termico specifico in presenza di rivestimento isolante risulta:

$$\frac{\dot{Q}_{new}}{L} = 0,25 \cdot \frac{\dot{Q}}{L} = 0,25 \cdot 77,32 = 19,33\ Wm^{-1}$$

La resistenza per unità di lunghezza del guscio isolante vale:

$$R_{L_2} = \frac{T_1 - T_3}{\frac{\dot{Q}_{new}}{L}} - R_{L_1} = \frac{70-18}{19,33} - 0,194 = 2,496\ mK^{-1}W^{-1}$$

Lo spessore di isolante necessario si calcola ricordando che:

$$R_{L_2} = \frac{1}{2\pi\lambda_2} ln\left(\frac{d_3}{d_2}\right)$$

e dunque si ha:

$$d_3 = d_2 \cdot e^{2\pi R_{L_2}\lambda_2} = 0,2077\ m$$

da cui si ottiene:

$$s_2 = \frac{d_3 - d_2}{2} = 0,04385\ m = 43,8\ mm$$

La temperatura all'interfaccia si ottiene ponendo:

$$\frac{\dot{Q}_{new}}{L} = \frac{T_1 - T_{2,new}}{R_{L_1}} \Rightarrow T_{2,new} = T_1 - \frac{\dot{Q}_{new}}{L} R_{L_1} = 70 - 19,33 \cdot 0,194 = 66,2°C$$

Esercizio 13.14

In un tubo, parte di un sistema di riscaldamento urbano, scorre acqua calda. Il tubo, di diametro D = 12 cm e di lunghezza L = 40 m, e interrato alla profondità z = 60 cm. La temperatura alla superficiale esterna del tubo e T_1 = 75 °C, mentre la temperatura alla superficie del terreno e T_2=8 °C; la conducibilità termica del suolo e λ = 0.95 W m^{-1} K^{-1}. Si determini il flusso termico disperso dal tubo.

Il problema riguarda uno scambio termico bidimensionale (non si assumono variazioni assiali) ed il fattore di forma risulta essere:

$$S = \frac{2\pi L}{ln\left(\frac{4z}{D}\right)}$$

per z>1.5D, dove z è la distanza dell'asse del tubo dalla superficie del terreno e D è il diametro del tubo; sostituendo i dati del problema si ha:

$$S = \frac{2\pi \cdot 40}{ln\left(\frac{4 \cdot 0,6}{0,12}\right)} = 83,9\ m$$

Il flusso termico dissipato dal tubo è dato da:

$$\dot{Q} = S \cdot \lambda \cdot (T_1 - T_2) = 83,9 \cdot 0,95 \cdot (75 - 8) = 5340\ W$$

Esercizio 13.15

Due tubi in cui scorrono acqua calda e acqua fredda di lunghezza L = 7 m sono immersi parallelamente in uno strato di calcestruzzo. I tubi hanno lo stesso diametro $D_1 = D_2 = 5.5$ cm e il loro interasse vale a z = 40 cm. Le temperature alla superficie dei tubi di acqua calda e fredda sono $T_1 = 80$ °C e $T_2 = 10$ °C. Il coefficiente di conducibilità termica del calcestruzzo e $\lambda = 0.75$ W m^{-1} K^{-1}, si determini il flusso termico scambiato tra i tubi.

In regime stazionario, con geometria bidimensionale (nessuna variazione in direzione assiale) e coefficiente di conduttività termica costante, si può assumere come fattore di forma l'espressione:

$$S = \frac{2\pi \cdot L}{\cosh^{-1}\left(\frac{4z^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$$

con le condizioni: $L >> D_1$, $L >> D_2$ e $L >> z$ e dunque si ha:

$$S = \frac{2\pi \cdot 7}{\cosh^{-1}\left(\frac{4\cdot 0{,}4^2 - 0{,}055^2 - 0{,}055^2}{2\cdot 0{,}055\cdot 0{,}055}\right)} = 8{,}23\ m$$

e il flusso scambiato è dato da:

$$\dot{Q} = S\cdot\lambda\cdot(T_1 - T_2) = 8{,}23\cdot 0{,}75\cdot(80-10) = 420{,}07\ W$$

Esercizio 13.16
Le superfici interna ed esterna di una parete in mattoni, avente dimensioni 3 m × 5 m e spessore 30cm e conduttività termica di 0.70 W m^{-1} K^{-1}, si trovano alla temperatura di 20 °C e 3 °C rispettivamente.
Si determini il flusso termico ceduto attraverso la parete. Quale sarebbe il flusso termico se la parete avesse spessore di 15 cm?

Il flusso termico si calcola immediatamente nei due casi:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L} = 0{,}70 \cdot (3 \cdot 5) \frac{20-3}{0{,}3} = 595\ W$$

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L} = 0{,}70 \cdot (3 \cdot 5) \frac{20-3}{0{,}15} = 1190\ W$$

Esercizio 13.17

Un microprocessore in un computer dissipa 3.2 W di potenza e ha un'area di scambio termico A = 0,36 cm^2. Supponendo una trasmissione uniforme di calore dalla superficie, si calcoli:

1. la quantità di calore che il microprocessore dissipa durante un giorno lavorativo di 8 ore,
2. il flusso termico sulla superficie del microprocessore.

La quantità di calore Q dissipato dalla superficie in 8 ore si calcola immediatamente:

1. $Q = \dot{Q} \cdot t = 3,2 \cdot 8 = 0,0256\ kWh$

Il flusso termico specifico si calcola come segue:

2. $\dfrac{\dot{Q}}{A} = \dfrac{3,2}{0,36 \cdot 10^{-4}} = 88,9\ \dfrac{kW}{m^2}$

Esercizio 13.18
Un forno ha una parete di mattoni dello spessore L = 12 cm la cui conduttività termica è $\lambda = 1.5$ $Wm^{-1}K^{-1}$. In regime stazionario le temperature interna ed esterna della parete sono rispettivamente $T_1 = 1500$ K e $T_2 = 1100$ K. Calcolare il flusso termico se le dimensioni della parete sono pari a $A = 0.6m \cdot 1.5m$.

Utilizzando il postulato di Fourier:

$$\dot{Q}_x = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L} = 1,5 \cdot (0,6 \cdot 1,5) \cdot \frac{(1500 - 1100)}{0,12} = 4500\ W$$

dove il segno – è stato omesso essendo ovvio il senso del flusso.

Esercizio 13.19

La copertura superiore piatta di un magazzino con superficie di misura pari a L = 7 m·10 m e spessore pari a L = 30cm ha una conducibilità termica λ = 0.75 $Wm^{-1}K^{-1}$. Il magazzino viene riscaldato ed in regime stazionario (per esempio durante la notte per un periodo di 7 ore) le temperature interna ed esterna della copertura superiore siano pari rispettivamente a 16 °C e 7 °C. Si calcoli la quantità di calore disperso attraverso la parete superiore ed il relativo costo nel periodo considerato di 7 ore se il prezzo dell'energia elettrica necessario per il riscaldamento e pari a 0.075 €kWh^{-1}.

La superficie interna e la superficie esterna della copertura superiore del magazzino nel periodo considerato si mantengono a temperatura costante (regime stazionario); la conduttività termica si può considerare costante (materiale omogeneo); il flusso termico è unidirezionale con ottima approssimazione dunque, utilizzando il postulato di Fourier si ha:

$$\dot{Q}_x = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L} = 0,75 \cdot (7 \cdot 10) \cdot \frac{(289,15 - 280,15)}{0,30} = 1,575\ kW$$

La quantità di calore dispersa nel periodo considerato attraverso la copertura superiore è pari a:

$$Q = \dot{Q}_x \cdot \Delta T = 1,575 \cdot 7 = 11,025\ kWh$$

Il costo richiesto è pari a:

$$C_e = Q \cdot c_e = 11,025 \cdot 0,075 = 0,825\,€$$

Esercizio 13.20

Un sistema di riscaldamento usa tubi di diametro esterno pari a 2r = 4.5 cm. Si consideri una parte del sistema di lunghezza pari a L = 8 m attraverso la quale scorra acqua calda alla temperatura di 60 °C con conseguente cessione di calore all'aria circostante a 7 °C per convezione naturale.
Il coefficiente di scambio termico sia pari a h_c = 23 W m^{-2} K^{-1}. Si calcoli la potenza termica ceduta per convezione naturale.

Si chiede solo la sola potenza termica scambiata per convezione naturale e dunque, in condizioni stazionarie, si può usare la formula di Newton:

$$\dot{Q} = h_c \cdot A\left|T_s - T_\infty\right| = h_c \cdot 2\pi \cdot r \cdot L\left|T_s - T_\infty\right| = 23 \cdot 0,2826 \cdot (333,15 - 280,15)W$$

Esercizio 13.21

Si stimi e si discuta il risultato ottenuto mediante il semplice uso del postulato di Fourier (12.6), relativo al flusso di calore che attraversa il vetro di una finestra: la temperatura interna sia di 20 °C, la temperatura esterna di –4 °C , la lastra di vetro abbia uno spessore L di 3 mm e una superficie A di 2,0 m2 e la conduttività termica λ sia pari a 0.85 W m^{-1} K^{-1}.

Se si applica il postulato di Fourier (12.6), si ottiene:

$$\dot{Q}_x = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L} = 0,85 \cdot (2,0) \cdot \frac{(293,15 - 269,15)}{0,003} = 13,6\ kW$$

Il risultato è evidentemente troppo alto: il salto di temperatura tra le due facce del vetro immesso nella formula è in effetti molto più grande di quello di quello reale. I 24K di differenza tra interno ed esterno sono quasi tutti ripartiti tra due sottili strati di aria (internamente ed esternamente) aderenti al vetro. Quando ci si allontana dal vetro verso l’interno o verso l’esterno, si verificano sempre più velocemente il ricambio ed il rimescolamento delle molecole, per cui all’aumentare della distanza dalle superfici del vetro la temperatura varia lentamente (aumentando verso l’interno e diminuendo verso l’esterno) fino a raggiungere i valori costanti indicati dal problema.

Esercizio 13.22

Attraverso due corpi a contatto A e B il calore fluisce esclusivamente per conduzione. Se il corpo A ha lunghezza tripla rispetto al corpo B ($L_A = 3L_B$) e conduttività termica doppia rispetto al corpo B ($\lambda_A = 2\lambda_B$) si calcoli il valore della temperatura sulla superficie di contatto tra i due corpi a regime, se agli estremi le temperature sono $T_A = 150$ °C e $T_B = 10$ °C.

Per il corpo A il rapporto λ_A/L_A è i 2/3 dell'equivalente rapporto λ_B/L_B per il corpo B e la formula di Fourier impone che in compenso il salto di temperatura attraverso A sia più grande nel rapporto di 3 a 2 di quello attraverso il corpo B. Pertanto alla superficie di separazione la temperatura è di 66 °C (il salto di temperatura è 84 °C per A e 56 °C per B).

Poiché, dal postulato di Fourier:

$$\dot{Q}_A = \lambda_A \cdot A \cdot \frac{\Delta T_A}{L_A}$$

$$\dot{Q}_B = \lambda_B \cdot B \cdot \frac{\Delta T_B}{L_B}$$

dove A e B rappresentano le superfici di contatto tra il due corpi le quali si suppongono uguali (A=B); ΔT_A e ΔT_B sono i salti di temperatura attraverso ciascuno dei corpi A e B; alla superficie di contato si avrà una temperatura T_C . Si è in regime stazionario e quindi $\dot{Q}_A = \dot{Q}_B$. Facendo il rapporto tra i rispettivi membri delle due equazioni si ottiene:

$$1 = \frac{\lambda_A \cdot A \cdot \frac{\Delta T_A}{L_A}}{\lambda_B \cdot B \cdot \frac{\Delta T_B}{L_B}} = \frac{\lambda_A}{L_A} \cdot \frac{L_B}{\lambda_B} \cdot \frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} = 1 \Rightarrow \Delta T_A = \frac{3}{2} \Delta T_B$$

Alla superficie di separazione si avrà dunque:

$$T_A - T_C = \frac{3}{2}\left(T_C - T_B\right)$$

Da cui si ottiene:

$$T_C = 66°C$$

$$\Delta T_A = 84°C$$

$$\Delta T_B = 56°C$$

Esercizio 13.23

Tre sbarre conduttrici di diverso materiale, di uguale sezione trasversale e di uguale lunghezza sono usate per trasmettere calore tra due corpi a differenti temperature T_1 e T_2 con $T_1 > T_2$.
Gli scambi termici avvengono solo per conduzione tra le sbarre ed i due corpi.
Per avere la massima rapidità nello spostamento del calore, quale soluzione conviene tra le due modalità di seguito proposte?
a) Disposizione delle sbarre “in parallelo”, cioè ognuna con un estremo a contatto col corpo ‘caldo’ a temperatura T_1 e l’altro a contatto col corpo ‘freddo’ a temperatura T_2.
b) Disposizione “in serie”, in modo che formino un’unica sbarra di lunghezza tripla dal corpo ‘caldo’ a temperatura T_1 fino al corpo ‘freddo’ a temperatura T_2.

È conveniente la disposizione “in parallelo”.
Nella disposizione “in parallelo” il flusso termico attraverso ogni singola sbarra dipende ed è proporzionale alla differenza di temperatura tra i due estremi $\Delta T = T_1 - T_2$, e quindi è più elevato di quando le sbarre sono disposte “in serie”: se in effetti le sbarre fossero disposte “in serie”, la temperatura diminuirebbe da un estremo all’altro della “serie”, e quindi ad ogni singola sbarra sarebbe da attribuirsi solo una parte della differenza complessiva di temperatura $\Delta T = T_1 - T_2$.
Con le sbarre “in parallelo” inoltre i tre flussi termici si sommano, mentre con le sbarre “in serie” si verifica un unico flusso termico (tra l’altro inferiore a ciascuno dei tre flussi termici che si verificano con la disposizione “in parallelo”).

Esercizio 13.24

In un contenitore termico in polistirolo con superfici di spessore d = 2,5 cm e area totale A = 0,75 m^2 sono contenute lattine di bevande immerse tra cubetti di ghiaccio con massa M = 4 kg.

La temperatura esterna e T_e = 28 °C, la temperatura interna e all'inizio T_{i0} = 0 °C (il ghiaccio sta fondendo).

Se il coefficiente di conduttività termica del polistirolo e λ = 0,012 W m^{-1} K^{-1}, a che temperatura si trovano le lattine dopo 24 h?

Il flusso di calore inizialmente è dato da:

$$\dot{Q}_A = \lambda_A \cdot A \cdot \frac{T_e - T_{i0}}{d} = 0,012 \cdot 0,75 \cdot \frac{28}{0,25} = 10,08\ W$$

Il calore latente di fusione del ghiaccio è pari a:

$$r_g = 80\ cal\ \ g^{-1} = 335\ J\ g^{-1}$$

Affinché tutto il ghiaccio passi allo stato liquido è necessaria una quantità di calore pari a:

$$Q_g = m_g \cdot r_g = 335 \cdot 4000 = 1,34 \cdot 10^6\ J$$

Il tempo occorrente alla completa fusione del ghiaccio è:

$$t_{f,g} = \frac{Q_g}{\dot{Q}_A} = \frac{1,34 \cdot 10^6}{10,08} = 1,33 \cdot 10^5\, s \approx 37h$$

Quindi dopo le 24 h la fusione del ghiaccio non è completata, e le bevande si trovano ancora alla temperatura iniziale.

Esercizio 13.25

Due piastre parallele e affiancate, con pareti interne di area A = 500 cm^2, si trovano a temperatura T_1 = 180 °C e T_2 = 120 °C e sono separate da una barra di rame (λ_{rame} = 379 W m^{-1} K^{-1}) di diametro 2r=30 mm e lunghezza L = 130 cm saldata alle due estremità alle piastre. Lo spazio rimanente tra le due piastre è riempito con lana di vetro (λ_{lana_vetro} = 0.02 W m^{-1} K^{-1}), che isola anche la superficie laterale della barra. Calcolare la potenza termica che passa da una piastra all'altra.

Supponendo di essere in regime stazionario e valutando trascurabile la dispersione del calore laterale, la potenza termica si calcola sommando le potenze termiche che vengono trasmesse attraverso la lana di vetro e attraverso la barra di rame mediante la formula di Fourier applicata alla lana di vetro ed alla barra di rame:

$$\dot{Q}_{lv} = \lambda_{lv} \cdot \left(A - \pi r^2\right) \cdot \frac{\left(T_1 - T_2\right)}{L} = 0,0455\ W$$

$$\dot{Q}_{r} = \lambda_{r} \cdot \left(\pi r^2\right) \cdot \frac{\left(T_1 - T_2\right)}{L} = 12,358\ W$$

e in definitiva:

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_{lv} + \dot{Q}_{r} = 12,404\ W$$

Esercizio 13.26

Un forno ha una parete costituita da materiale refrattario, materiale isolante, lana minerale ed acciaio con le seguenti conduttività termiche ed i seguenti spessori:

- 1-2 refrattario: L_{12} = 10 cm, λ_1 = 2.0 W m^{-1} K^{-1}
- 2-3 isolante: L_{23} = 25 cm, λ_2 = 0.25 W m^{-1} K^{-1}
- 3-4 lana minerale: L_{34} = 3 cm, λ_3 = 0.15 W m^{-1} K^{-1}
- 4-5 acciaio: L_{45} = 2 cm con λ_4 = 60.0 W m^{-1} K^{-1}

La parete ha area pari a A=25 m^2.

La temperatura della superficie interna del materiale refrattario è T_r = 900 °C e quella della superficie esterna della lamiera di acciaio e T_a = 60 °C. Calcolare il flusso termico attraverso la parete del forno.

Si supponga di essere in regime stazionario. Il sistema si configura come costituito da 4 strati disposti uno di seguito all'altro e dunque in regime stazionario gli strati saranno attraversati dallo medesimo flusso termico, e saranno da sommare le quattro differenze di temperatura utilizzando la formula di Fourier:

$$\Delta T_{totale} = \Delta T_{12} + \Delta T_{23} + \Delta T_{34} + \Delta T_{45}$$

$$\Delta T_{12} = T_1 - T_2 = \frac{\dot{Q}_{12} \cdot L_{12}}{\lambda_1 \cdot A}$$

$$\Delta T_{23} = T_2 - T_3 = \frac{\dot{Q}_{23} \cdot L_{23}}{\lambda_2 \cdot A}$$

$$\Delta T_{34} = T_3 - T_4 = \frac{\dot{Q}_{23} \cdot L_{34}}{\lambda_3 \cdot A}$$

$$\Delta T_{45} = T_4 - T_5 = \frac{\dot{Q}_{45} \cdot L_{45}}{\lambda_4 \cdot A}$$

Sommando primi e secondi membri delle quattro espressioni precedenti, e tenendo conto che in regime stazionario i flussi nei quattro strati sono identici si ha:

$$\Delta T_{totale} = (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_4) + (T_4 - T_5) = T_1 - T_5 = \frac{\dot{Q}}{A}\left(\frac{L_{12}}{\lambda_2} + \frac{L_{23}}{\lambda_2} + \frac{L_{34}}{\lambda_3} + \frac{L_{45}}{\lambda_4}\right)$$

e in definitiva:

$$\dot{Q} = \frac{840 \cdot 25}{\left(0,05 + 1,00 + 0,2 + 3,3 \cdot 10^{-4}\right)} = 16,796\ kW$$

Esercizio 13.27

Un flusso di calore viene disperso attraverso una finestra che può essere costruita in tre diverse maniere:

A. vetro doppio con intercapedine riempita di aria di spessore inferiore o uguale a s = 2cm (con ottima approssimazione aria ferma nell'intercapedine);

B. vetro doppio con intercapedine riempita di aria di spessore maggiore di 2 cm (sono prevedibili moti convettivi);

C. vetro singolo.

I vetri hanno spessore d = 4mm, conduttività termica λ_v = 1.5 W m^{-1} K^{-1}. La temperatura esterna è di –6 °C e la temperatura interna del locale e di 18 °C. Il coefficiente di scambio termico convettivo all'interno del locale vale h_i = 8.20 W m^{-2} K^{-1} e all'esterno h_e = 25.30 W m^{-2} K^{-1}; all'interno dell'intercapedine (caso 2) e h_{interc} = 7.50 W m^{-2} K^{-1} , la conduttività termica dell'aria e λ_a = 0.023 W m–1 K^{-1}. L'area della finestra e pari a A = 0.80 m^2.

A. Il flusso termico passa per convezione dall'interno del locale alla superficie del 1° vetro, per conduzione attraverso il 1° vetro, per conduzione attraverso l'intercapedine di spessore inferiore o uguale a s=2 cm, per conduzione attraverso il 2° vetro, per convezione dalla superficie del 2° vetro all'esterno; il flusso in condizioni stazionarie rimane costante ($\dot{Q}_\iota$ = $\dot{Q}_1$= $\dot{Q}_2$= $\dot{Q}_3$= $\dot{Q}_e$) e lo denoteremo successivamente con $\dot{Q}$:

$$\dot{Q}_i = h_i \cdot A \cdot (T_i - T_1)$$

$$\dot{Q}_1 = \lambda_v \cdot A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{d}$$

$$\dot{Q}_2 = \lambda_a \cdot A \cdot \frac{(T_2 - T_3)}{s}$$

$$\dot{Q}_3 = \lambda_v \cdot A \cdot \frac{(T_3 - T_4)}{d}$$

$$\dot{Q}_e = h_e \cdot A \cdot (T_4 - T_e)$$

dalle precedenti 5 equazioni si ricavano le differenti variazioni di temperatura e le nuove 5 equazioni sommate membro a membro danno la seguente relazione:

$$T_i - T_e = \frac{\dot{Q}}{A}\left(\frac{1}{h_i} + \frac{d}{\lambda_v} + \frac{s}{\lambda_a} + \frac{d}{\lambda_v} + \frac{1}{h_e}\right) \Rightarrow \dot{Q} = 18{,}53\ W$$

Ovviamente è possibile calcolare le varie temperature sulle differenti superfici.

B. In questo caso bisogna tenere conto dei moti convettivi che si sviluppano su entrambe le superfici di vetro all'interno dell'intercapedine: come nel caso precedente il flusso in condizioni stazionarie rimane costante ($\dot{Q}_\iota$ = $\dot{Q}_1$=$\dot{Q}_{1\imath nt} = \dot{Q}_{2\imath nt} = \dot{Q}_2$= $\dot{Q}_3$= $\dot{Q}_e$) e lo si denoterà successivamente con $\dot{Q}$:

$$\dot{Q}_i = h_i \cdot A \cdot (T_i - T_1)$$

$$\dot{Q}_1 = \lambda_v \cdot A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{d}$$

$$\dot{Q}_{1int} = h_{int} \cdot A \cdot (T_i - T_{1int})$$

$$\dot{Q}_{2int} = h_{int} \cdot A \cdot (T_{int} - T_3)$$

$$\dot{Q}_3 = \lambda_v \cdot A \cdot \frac{(T_3 - T_4)}{d}$$

$$\dot{Q}_e = h_e \cdot A \cdot (T_4 - T_e)$$

dalle precedenti 6 equazioni si ricavano le differenze di temperature che danno luogo a 6 equazioni che sommate membro a membro danno la relazione:

$$T_i - T_e = \frac{\dot{Q}}{A}\left(\frac{1}{h_i} + \frac{d}{\lambda_v} + \frac{2}{h_{int}} + \frac{d}{\lambda_v} + \frac{1}{h_e}\right) \Rightarrow \dot{Q} = 44,29\ W$$

C. In questo caso il flusso termico passa per convezione dall'interno del locale alla superficie dell'unico vetro, per conduzione attraverso il vetro, per convezione dalla superficie del vetro all'esterno; il flusso in condizioni stazionarie rimane costante ($\dot{Q}_i = \dot{Q}_1 = \dot{Q}_e$) e lo denoteremo successivamente con $\dot{Q}$:

$$\dot{Q}_i = h_i \cdot A \cdot (T_i - T_1)$$

$$\dot{Q}_1 = \lambda_v \cdot A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{d}$$

$$\dot{Q}_e = h_e \cdot A \cdot (T_2 - T_e)$$

dalle precedenti 3 equazioni si ricavano le differenze di temperature che danno luogo a 3 equazioni che sommate membro a membro danno la relazione:

$$T_i - T_e = \frac{\dot{Q}}{A}\left(\frac{1}{h_i} + \frac{d}{\lambda_v} + \frac{1}{h_e}\right) \Rightarrow \dot{Q} = 116,97\ W$$

I doppi vetri sono utili per diminuire la dispersione di calore verso l'esterno; se però essi sono troppo lontani l'uno dall'altro, si instaurano moti convettivi che li rendono meno convenienti.

Esercizio 13.28

Una parete piana verticale e costituita, a partire dall'esterno, da tre strati: L_1 = 18 cm di mattoni pieni (λ_1 = 0.45 W m^{-1} K^{-1}), L_2 = 10 cm di lana di roccia (λ_2 = 0.035 W m^{-1} K^{-1}) e L_3 = 14 cm di materiale refrattario ((λ_3 = 0.23 W m^{-1} K^{-1}). La temperatura superficiale interna e pari a T_1 = 20 °C e la temperatura all'interfaccia mattoni pieni/ lana di roccia e T_3 = 2 °C. Determinare il flusso termico specifico attraverso la parete e la temperatura superficiale esterna.

Si indichino con T_1, T_2, T_3, T_4 le temperature della superficie interna, dell'interfaccia mattoni pieni/lana di roccia, dell'interfaccia lana di roccia/materiale refrattario e della superficie esterna e con $\dot{Q}''$ il flusso termico specifico che attraversa la parete. Si hanno le tre equazioni:

$$\dot{Q}'' = \lambda_1 \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{L_1}$$

$$\dot{Q}'' = \lambda_2 \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{L_1}$$

$$\dot{Q}'' = \lambda_3 \cdot \frac{(T_3 - T_4)}{L_3}$$

Dalle prime due equazioni, si ricavano le differenze di temperatura e, sommando membro a membro, si ha:

$$\dot{Q}'' = \frac{T_1 - T_3}{\frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2}} = \frac{18 - 2}{\frac{0,18}{0,45} + \frac{0,10}{0,035}} = 4,9\ Wm^{-2}$$

La temperatura esterna si ricava immediatamente dalla terza equazione e si ha:

$$T_4 = T_3 - \frac{L_3}{\lambda_3} \cdot \dot{Q}'' = -0,9°C$$

Esercizio 13.29

Un'auto ha parabrezza in vetro di spessore s_v = 4.5 mm e coefficiente di conduttività termica λ_v = 0.70 W m^{-1} K^{-1}. Il disappannamento del parabrezza viene effettuato mediante ventilazione interna con aria calda a temperatura T_i = 35 °C. Il coefficiente di scambio termico convettivo medio sul lato interno del parabrezza e stimato pari a h_i = 28 W m^{-2} K^{-1}. All'esterno la temperatura è pari a T_e = – 6 °C, mentre il coefficiente medio di scambio termico convettivo vale he = 60W m^{-2} K^{-1}. Si faccia riferimento ad una superficie di area unitaria pari a A = 1m^2. Determinare la temperatura T_{si} sulla superficie interna del parabrezza e la temperatura T_{se} sulla superficie esterna del parabrezza.

In regime stazionario, proprietà dei materiali omogenee ed indipendenti dalla temperatura, coefficienti di scambio termico convettivo uniformi, effetti di bordo trascurabili, problema termico mono-dimensionale (la curvatura del parabrezza sia trascurabile) ed effetti radiativi trascurabili si tratta di studiare un flusso termico costante che passa per convezione dall'interno dell'auto alla superficie interna del parabrezza, per conduzione attraverso il parabrezza e per convezione dalla superficie esterna del parabrezza all'esterno; come detto il flusso è costante ($\dot{Q}_{\imath}$ = $\dot{Q}_1$=$\dot{Q}_e$) e lo denoteremo successivamente con $\dot{Q}$:

$$\dot{Q}_i = h_i \cdot A \cdot (T_i - T_{si})$$
$$\dot{Q}_1 = \lambda_v \cdot A \cdot \frac{(T_{si} - T_{se})}{s_v}$$
$$\dot{Q}_e = h_e \cdot A \cdot (T_{se} - T_e)$$

dalle precedenti 3 equazioni si ricavano le differenze di temperature che danno luogo a 3 equazioni che sommate membro a membro danno la relazione:

$$T_i - T_e = \frac{\dot{Q}}{A}\left(\frac{1}{h_i} + \frac{s_v}{\lambda_v} + \frac{1}{h_e}\right) \Rightarrow \dot{Q} = 169,17\ W$$

Le temperature sulle superfici interna ed esterna del parabrezza possono ora essere calcolate dalla 1° e dalla 3° equazione sopra indicate e si ha:

$$T_{is} = 10,1\ °C$$
$$T_{es} = 5,6\ °C$$

Il salto di temperatura più elevato rispetto al valore ambiente è sulla superficie interna e può essere abbassato aumentando il coefficiente di scambio termico convettivo interno (aumentando la velocità dell'aria), per evitare che la temperatura superficiale scenda sotto la temperatura di rugiada e si abbia formazione di condensa sul parabrezza. In alternativa, o ad integrazione, si può impiegare il climatizzatore per deumidificare l'aria all'interno dell'auto, cioè per ridurne l'umidità specifica e, quindi, innalzare la temperatura di rugiada.

Esercizio 13.30

Una parete piana verticale e costituita, a partire dall'esterno, da tre strati: 18 cm di mattoni pieni (λ_1 = 0.40 W m^{-1} K^{-1}), 9 cm di lana di roccia (λ_2 = 0.05 W m^{-1} K^{-1}) e 12 cm di mattoni forati (si consideri lo strato come omogeneo di conducibilità termica apparente pari a λ_3 = 0.60 W m^{-1} K^{-1}). La temperatura superficiale interna e pari a 20 °C e la temperatura all'interfaccia mattoni pieni-isolante e 0.8 °C. Determinare la temperatura superficiale esterna.

Si possono eguagliare i tre flussi termici specifici attraverso gli strati:

$$\frac{\lambda_1 \cdot (T_1 - T_{se})}{L_1} = \frac{\lambda_2 \cdot (T_2 - T_1)}{L_2} = \frac{\lambda_3 \cdot (T_{si} - T_2)}{L_3}$$

ottenendo due equazioni indipendenti nelle incognite T_{se} e T_2 per le quali si ha:

$$T_2 = \frac{\frac{\lambda_2}{L_2} \cdot T_1 + \frac{\lambda_3}{L_3} \cdot T_{si}}{\frac{\lambda_2}{L_2} + \frac{\lambda_3}{L_3}} = 18,1\ °C$$

$$T_{se} = T_1 + \frac{\frac{\lambda_2}{L_2}}{\frac{\lambda_1}{L_1}} = -3,9\ °C$$

capitolo 14

Esercizio 14.1

Si spalma della marmellata su una fetta di pane tostato con un coltello avente una lama rettangolare larga circa 2 cm e lunga circa 5 cm. La fetta di pane viene tenuta ferma ($w_1 = 0\ m \cdot s^{-1}$) mentre il coltello viene mosso con velocita costante $w_2 \approx 5\ cm \cdot s^{-1}$, applicando una forza $F \approx 0,5$ N. Supponendo che lo strato di marmellata abbia uno spessore uniforme $d \approx 2$ mm, determinare:

a) il gradiente di velocita nello strato di marmellata;

b) lo sforzo tangenziale viscoso tra lama del coltello e marmellata;

c) la viscosità dinamica della marmellata.

Ipotizzando che il profilo di velocità sia lineare, il gradiente di velocità, all'interfaccia solido-fluido è dato da:

a) $$\tau = \mu \frac{dw(y)}{dy} = \frac{w_2}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} = 25\ s^{-1}$$

La forza di attrito sulla lama è uguale a quella applicata per muoverla:

$$F_{attrito} = \tau \cdot A = 0,5\ N$$

Per cui lo sforzo tangenziale viscoso è:

b) $$F_{attrito} = \frac{F_{attrito}}{A} = \frac{0,5}{1 \cdot 10^{-3}} = 500 \frac{N}{m^2} = 500\ Pa$$

Noto lo sforzo tangenziale viscoso, dalla relazione:

$$\tau = \mu_{marmellata} \frac{\partial w}{\partial y}$$

si ricava:

c) $$\mu_{marmellata} = \frac{\tau}{\frac{\partial w}{\partial y}} = \frac{500}{25} = 20\ Pa\ s$$

Il risultato ottenuto fornisce un valore estremamente elevato della viscosità, cosa che da un punto di vista qualitativo ci si poteva aspettare.

Va comunque sottolineato il fatto che tale risultato è stato ottenuto applicando il modello di fluido newtoniano. In realtà la marmellata come molte altre sostanze fluide ma molto pastose derivate da generi alimentari, come succhi, salse eccetera, dovrebbe essere trattata come un fluido non-newtoniano, per il quale, quindi, non vale più la semplice legge di proporzionalità diretta tra sforzo tangenziale viscoso e gradiente di velocità.

Esercizio 14.2

Un fluido viscoso newtoniano, avente viscosità dinamica m, scorre lungo una lastra piana con una velocita di fluido indisturbato w_∞. All'interno dello strato limite che si forma in prossimità della superficie solida il profilo di velocita ha un andamento di tipo polinomiale:

$$w(x,y) = w_\infty \left[2\left(\frac{y}{\delta_{w,x}} \right) - \left(\frac{y}{\delta_{w,x}} \right)^2 \right]$$

dove $\delta_{w,x}$ è lo spessore dello strato limite, che è una funzione crescente della distanza x dal bordo di attacco. Determinare l'andamento dello sforzo viscoso all'interno dello strato limite.

Dalla relazione indicata:

$$y = 0 \Rightarrow w(x,0) = 0$$

$$y = \delta_{w,x} \Rightarrow (x,\delta_{w,x}) = w_\infty (2-1) = w_\infty$$

Poiché il fluido è newtoniano, l'andamento degli sforzi viscosi all'interno dello strato limite può essere determinato utilizzando la relazione (14.18):

$$\tau = \mu \frac{\partial w}{\partial y}$$

Per determinare lo sforzo tangenziale viscoso in funzione di y all'interno dello strato limite occorre preventivamente calcolare il gradiente di velocità:

$$\frac{\partial w(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial \left\{ w_\infty \left[2\left(\frac{y}{\delta_{w,x}} \right) - \left(\frac{y}{\delta_{w,x}} \right)^2 \right] \right\}}{\partial y} = w_\infty \left(\frac{2}{\delta_{w,x}} - 2\frac{y}{\delta^2_{w,x}} \right) = 2\frac{w_\infty}{\delta_{w,x}} \left(1 - \frac{y}{\delta_{w,x}} \right)$$

e quindi:

$$\tau(x,y) = 2\mu \frac{w_\infty}{\delta_{w,x}} \left(1 - \frac{y}{\delta_{w,x}} \right)$$

In y=0, ovvero all'interfaccia solido fluido si ha che:

- la velocità del fluido è w(x,0) = 0
- il gradiente di velocità e lo sforzo viscoso assumono il valore massimo dato, rispettivamente da:

$$\frac{\partial w(x,0)}{\partial y} = w_\infty \left(\frac{2}{\delta_{w,x}} \right)$$

$$\tau(x,0) = 2\mu \frac{w_\infty}{\delta_{w,x}}$$

Tali valori diminuiscono man mano che aumenta lo spessore dello strato limite ovvero all'aumentare della distanza dal bordo d'attacco.

In $y=\delta_x$, ovvero al bordo dello strato limite, si ha che:

- la velocità del fluido è w(x,0) = w_∞
- il gradiente di velocità è nullo
- lo sforzo viscoso è nullo

$$\frac{\partial w\left(x,\delta_{w,x}\right)}{\partial y}=0$$

$$\tau\left(x,\delta_{w,x}\right)=0$$

All’interno dello strato limite:

- la velocità varia con la legge polinomiale data;
- il gradiente di velocità e lo sforzo viscoso diminuiscono con legge lineare man mano che ci si allontana dalla superficie solida e all’aumentare dello spessore dello strato limite.

I risultati ottenuti anche se riferiti alla distribuzione di velocità data sopra sono di validità generale per descrivere qualitativamente gli andamenti della velocità di flusso, del gradiente di velocità e degli sforzi tangenziali viscosi all’interno di uno strato limite. Si noti inoltre che la legge polinomiale quadratica viene spesso utilizzata per descrivere il profilo di velocità in uno strato limite laminare. In realtà da un attento esame del risultato ottenuto per il gradiente di velocità (e, quindi, per lo sforzo viscoso) si può vedere che al bordo dello strato limite esso mostra una discontinuità non spiegabile fisicamente. Talvolta risulta più accettabile un andamento polinomiale delle velocità di tipo cubico.

Esercizio 14.3

Nei problemi precedenti si è usata la relazione tra sforzo viscoso e gradiente di velocità, secondo l'espressione (14.18). Quando non si conosce il gradiente di velocità all'interfaccia solido-fluido si fa riferimento al coefficiente di attrito C_f, una grandezza adimensionale che, se nota, consente di calcolare lo sforzo viscoso in termini di sole grandezze di progetto, quali la densita ρ del fluido e la velocita w_∞ di fluido indisturbato.

Il coefficiente di attrito definito come:

$$C_f = \frac{\tau}{\frac{1}{2}\rho w_\infty^2}$$

viene ricavato sperimentalmente o può essere valutato mediante correlazioni empiriche. Una volta noto il coefficiente di attrito, lo sforzo viscoso potrà essere calcolato facilmente come:

$$\tau = \frac{1}{2} C_f \rho w_\infty^2$$

e, infine, si può calcolare la forza di attrito sulla superficie solida avente area A, come:

$$F_{attrito} = \tau A = \frac{1}{2} C_f A \rho w_\infty^2$$

In base alle relazioni sopra indicate determinare il coefficiente di attrito su una lastra piana su cui scorre, con una velocita di fluido indisturbato w_∞, un fluido viscoso newtoniano, avente viscosità dinamica m e densità ρ, nel caso in cui il profilo di velocità nel fluido sia dato dalla equazione:

$$w(x,y) = w_\infty \left[2\left(\frac{y}{\delta_{w,x}}\right) - \left(\frac{y}{\delta_{w,x}}\right)^2 \right]$$

Poiché il fluido è newtoniano, l'andamento degli sforzi viscosi all'interno dello strato limite può essere determinato utilizzando la relazione:

$$\tau = \mu \frac{\partial w}{\partial y}$$

e quello all'interfaccia solido-fluido è dato da:

$$\tau(x,0) = \mu \left.\frac{\partial w}{\partial y}\right|_{x,y=0}$$

Nel problema 14.3 lo sforzo viscoso all'interfaccia solido-fluido è già stato calcolato ed è dato da:

$$\frac{\partial w(x,0)}{\partial y} = w_\infty \left(\frac{2}{\delta_{w,x}}\right)$$

dove $\delta_{w,x}$ è lo spessore dello strato limite nella posizione x.

Il coefficiente di attrito è dato da:

$$C_f(x) = \frac{\tau(x,0)}{\frac{1}{2}\rho w_\infty^2} = \frac{\mu \frac{2}{\delta_{w,x}} w_\infty}{\frac{1}{2}\rho w_\infty^2} = \frac{4\mu}{\rho w_\infty \delta_{w,x}} = \frac{4\nu}{w_\infty \delta_{w,x}}$$

dove $\nu=\mu/\rho$ è la viscosità cinematica del fluido.

Il risultato ottenuto mostra che il coefficiente di attrito non è costante lungo la lastra, ma varia in modo inversamente proporzionale allo spessore $\delta_{w,x}$ dello strato limite. Poiché tale spessore aumenta man mano che il fluido avanza lungo la lastra, il coefficiente di attrito è una funzione decrescente della variabile x.

Esercizio 14.4
Un fluido scorre con flusso stazionario su una lastra piana con velocita $w_\infty = 3\ ms^{-1}$.
Determinare la distanza x_{crit} a cui si ha la transizione da regime di flusso laminare a turbolento se il fluido è:
a) Acqua liquida, alla temperatura di 20 °C ($\nu = 1 \cdot 10^{-6}\ m^2s^{-1}$),
b) Aria, alla temperatura di 20 °C e alla pressione di 1 bar ($\nu = 15 \cdot 10^{-6}\ m^2s^{-1}$),
c) Olio lubrificante, alla temperatura di 20 °C ($\nu = 901 \cdot 10^{-6}\ m^2s^{-1}$),
d) Glicerina, alla temperatura di 20 °C ($\nu = 1182 \cdot 10^{-6}\ m^2s^{-1}$).

Per il flusso viscoso forzato su lastra piana:

$$Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

a) $$x_{crit,acqua} = \frac{\nu_{acqua}}{w_\infty} Re_{crit} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{3} 5 \cdot 10^5 = 0{,}17m \approx 17cm$$

b) $$x_{crit,aria} = \frac{\nu_{aria}}{w_\infty} Re_{crit} = \frac{15 \cdot 10^{-6}}{3} 5 \cdot 10^5 = 2{,}5m$$

c) $$x_{crit,olio} = \frac{\nu_{olio}}{w_\infty} Re_{crit} = \frac{901 \cdot 10^{-6}}{3} 5 \cdot 10^5 = 150m$$

d) $$x_{crit,glicerina} = \frac{\nu_{glicerina}}{w_\infty} Re_{crit} = \frac{1182 \cdot 10^{-6}}{3} 5 \cdot 10^5 = 200m$$

Il risultato ottenuto mostra per l'acqua la transizione alla turbolenza avviene ad una distanza relativamente breve dal bordo di attacco. Per l'aria, che ha una viscosità minore di quella dell'acqua ma anche una densità drasticamente minore, la transizione avviene ad una distanza sensibilmente maggiore. Va però sottolineato che l'aria è molto sensibile a perturbazioni esterne, come la presenza di turbolenza nel flusso in arrivo, vibrazioni e rugosità della lastra, per cui nei casi pratici si può avere una instaurazione precoce del regime turbolento rispetto al valore di x_{crit} teorico. Infine i risultati ottenuti per l'olio lubrificante (e a maggior ragione per la glicerina) mostrano che i fluidi molto viscosi sono in grado di mantenere il regime laminare per distanze molto grandi, sicuramente molto maggiori di quelle in gioco nelle comuni applicazioni ingegneristiche di tali fluidi.

Esercizio 14.5

Acqua a temperatura ambiente fluisce con una velocita $w_\infty = 10\ ms^{-1}$ su una superficie solida piana avente lunghezza caratteristica L = 1 m.

a) Determinare il regime di flusso lungo la lastra per una velocita di flusso indisturbato pari a: a1) $w_\infty = 0{,}1\ ms^{-1}$; a2) $w_\infty = 1\ ms^{-1}$; a3) $w_\infty = 10\ ms^{-1}$.

b) Determinare quale è la velocita di flusso indisturbato limite, per la quale la distanza critica x_{crit} coincide con la lunghezza L della lastra.

a) I regimi di flusso nelle varie casistiche sono:

a₁) w_∞ = 0,1 m/s

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{0{,}1 \cdot 1}{1 \cdot 10^{-6}} = 1 \cdot 10^5 < Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

Il regime di flusso è laminare su tutta la lastra. Infatti la posizione su cui si avrebbe transizione alla turbolenza è data da:

$$x_{crit} = \frac{\nu}{w_\infty} Re_{crit} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} 5 \cdot 10^5 = 5m$$

che è maggiore della lunghezza della lastra.

a₂) w_∞ = 1 m/s

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 10^{-6}} = 1 \cdot 10^6 > Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

In questo caso si ha transizione alla turbolenza nel punto lungo la lastra dato da:

$$x_{crit} = \frac{\nu}{w_\infty} Re_{crit} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{1} 5 \cdot 10^5 = 0{,}5m$$

e il regime di flusso è laminare nella prima metà della lastra e turbolento nella seconda metà.

a₃) w_∞ = 10 m/s

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{10 \cdot 1}{1 \cdot 10^{-6}} = 1 \cdot 10^7 \gg Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

In questo caso si ha transizione alla turbolenza nel punto lungo la lastra dato da:

$$x_{crit} = \frac{\nu}{w_\infty} Re_{crit} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{10} 5 \cdot 10^5 = 0{,}05m$$

b) sulla base della analisi fatta sopra, la velocità w_∞ limite per la quale x_{crit} = L, ovvero al disotto della quale il regime di flusso è sempre laminare, si può calcolare mediante la relazione:

$$w_{\infty,limite} = \frac{\nu}{L} Re_{crit} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{1} 5 \cdot 10^5 = 0{,}5\ ms^{-1}$$

I risultati ottenuti mostrano che il regime di flusso è laminare su tutta la lastra fino alla velocità di flusso indisturbato uguale a 0,5 ms^{-1}. Al di sopra di tale velocità si ha transizione alla turbolenza e la zona della lastra in cui il flusso è laminare diminuisce all'aumentare della velocità di flusso indisturbato. In particolare si ottiene che per una velocità elevata come quella del caso a3) si ha regime di flusso laminare solo nei primi 5 cm della lastra, per cui si può considerare, con buona approssimazione, che il flusso sia turbolento praticamente su tutta la lastra.

Esercizio 14.6

Un fluido viscoso newtoniano, la cui conduttività termica e λ = 0,025 $Wm^{-1}K^{-1}$, avente temperatura di fluido indisturbato T_∞ scambia calore in convezione forzata con una lastra solida piana mantenuta a temperatura costante ed uniforme $T_S > T_\infty$. All'interno dello strato limite termico che si forma in prossimità della superficie solida il profilo di temperatura ha un andamento di tipo polinomiale cubico:

$$T(x,y)=T_S-(T_S-T_\infty)\left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_{T,x}}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_{T,x}}\right)^3\right]$$

dove $\delta_{T,x}$ e lo spessore dello strato limite termico ad una distanza x dal bordo di attacco. Determinare il coefficiente locale di scambio termico convettivo in una posizione x in cui lo spessore dello strato limite e $\delta_{T,x}$ = 0,5 cm.

Dalla relazione indicata:

$$y=0 \Rightarrow T(x,0)=T_S$$

$$y=\delta_{T,x} \Rightarrow T(x,\delta_{T,x})=T_S-(T_S-T_\infty)\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)=T_\infty$$

Il coefficiente locale di scambio termico convettivo può essere calcolato mediante la relazione (14.36):

$$h_c(x)=-\frac{\lambda\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{x,y=0}}{T_S-T_\infty}$$

dopo che si è ricavato il gradiente di temperatura nella posizione x all'interfaccia solido fluido, ovvero in y = 0. Preliminarmente calcoliamo il gradiente di temperatura nel punto (x, y=0):

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{x,y=0}=\left.\frac{\partial\left\{T_S-(T_S-T_\infty)\left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_{T,x}}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_{T,x}}\right)^3\right]\right\}}{\partial y}\right|_{x,y=0}$$

Da cui, calcolando la derivata parziale rispetto alla variabile y si ottiene:

$$\left.\frac{\partial T(x,y)}{\partial y}\right|_{x,y=0}=\left[(T_S-T_\infty)\frac{3}{2}\frac{1}{\delta_{T,x}}-\frac{3}{2}\frac{1}{\delta_{T,x}^3}y^2\right]_{x,y=0}$$

Il risultato ottenuto mostra che il gradiente di temperatura è massimo in y=0, ovvero all'interfaccia solido-fluido, e diminuisce all'aumentare di y fino ad annullarsi in y=$\delta_{T,x}$ ovvero al bordo dello strato limite. In y=0, ovvero all'interfaccia solido-fluido si ha:

$$\left.\frac{\partial T(x,y)}{\partial y}\right|_{x,y=0}=-(T_S-T_\infty)\left(\frac{3}{2}\frac{1}{\delta_{T,x}}\right)$$

Espressione che consente di ricavare il coefficiente di scambio termico locale:

$$h_c(x) = -\frac{\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{x,y=0}}{T_S - T_\infty} = -\frac{\lambda}{(T_S - T_\infty)}\left[-(T_S - T_\infty)\left(\frac{3}{2}\frac{1}{\delta_{T,x}}\right)\right] = \frac{3}{2}\frac{1}{\delta_{T,x}}$$

Infine, sostituendo i valori numerici, si ottiene:

$$h_c(x) = \frac{3}{2}\frac{1}{\delta_{T,x}} = \frac{3}{2}\cdot\frac{0,025}{0,5} = \frac{3\cdot 2,5\cdot 10^{-2}}{2\cdot 5\cdot 10^{-3}} = 7,5\ Wm^{-2}K^{-1}$$

L’esempio, anche se riferito alla distribuzione di temperatura indicata nel testo del problema, è di validità generale per descrivere la metodologia per ricavare i coefficienti locali di scambio termico convettivo. Si noti che la legge polinomiale cubica è un modello che descrive con buona approssimazione l’andamento della nello strato limite laminare nel caso di flusso forzato su lastra piana. In particolare, i valori numerici corrispondono al caso di convezione forzata in regime laminare di aria con velocità di flusso indisturbato pari a circa 3 m/s. Il risultato mostra che il coefficiente locale $h_c(x)$ diminuisce all’aumentare dello spessore dello strato limite: poiché lo spessore aumenta all’aumentare di x, il coefficiente locale di scambio termico convettivo è massimo al bordo di attacco e poi tende a diminuire. Si noti inoltre che il coefficiente di scambio termico convettivo è direttamente proporzionale alla conduttività termica del fluido. Questo spiega perché l’uso di liquidi, che hanno generalmente conduttività termica più alta di quella dei gas, consente di ottenere, a parità di altre condizioni, scambi termici convettivi più elevati rispetto ai gas. Risultati ancora migliori si possono ottenere utilizzando metalli liquidi che hanno una conduttività termica molto più grande di quella dei liquidi non metallici e degli aeriformi.

Esercizio 14.7

Aria a pressione atmosferica e temperatura ambiente fluisce, con velocita di fluido indisturbato w_∞ = 1 m/s, lungo una superficie solida assimilabile ad una lastra piana di area A = 1.8 m2 e lunghezza caratteristica L = 1,7 m.

La differenza di temperatura tra superficie e fluido indisturbato e ΔT = 7 °C. Determinare il coefficiente di scambio termico convettivo e la potenza termica scambiata.

Si tenga conto che in casi come questo si può usare la relazione: $\overline{Nu}_L = 0,664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr_L^{1/3}$ nel caso laminare e la relazione: $\overline{Nu}_L = 0,037 \cdot Re_L^{4/5} \cdot Pr_L^{1/3}$ nel caso turbolento.

Si ipotizza che lo scambio termico avvenga in regime stazionario e che la temperatura della superficie solida e quella del fluido indisturbato siano costanti ed uniformi.

Le proprietà termofisiche del fluido vengono determinate alla temperatura di film:

$$T_{film} = \frac{T_S + T_\infty}{2}$$

che per le condizioni date (aria a temperatura ambiente e differenza di temperatura tra superficie solida e fluido indisturbato uguale a 7 °C) può essere assunta uguale a circa 300 K. Si possono assumere, inoltre, i seguenti valori:

- densità dell'aria: ρ=1,2 kg·m^{-3}
- viscosità cinematica dell'aria: ν = 1,5·10^{-5} m^{2}s^{-1}
- conducibilità termica dell'aria: λ = 0,026 W·(m K)$^{-1}$
- numero di Prandtl dell'aria: Pr = 0,71

Il regime di flusso viene determinato calcolando il numero di Reynolds Re_L e confrontandolo con il numero di Reynolds critico, che per una lastra piana è $Re_{crit} \cong 5 \cdot 10^5$. Quindi si calcola il numero di Nusselt medio utilizzando la correlazione di uso pratico pertinente al regime di flusso, per poi ricavare il coefficiente di scambio termico convettivo medio ed infine, mediante la legge di Newton, la potenza termica scambiata.

Il numero di Reynolds al bordo di uscita della lastra è dato da:

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{1 \cdot 1,7}{1,5 \cdot 10^{-5}} = 1,1 \cdot 10^5 < Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

di conseguenza il flusso si può considerare laminare lungo tutta la lastra; infatti il valore di x_{crit} per cui si avrebbe transizione alla turbolenza sarebbe:

$$x_{crit} = \frac{Re_{crit}\,\nu}{w_\infty} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-5}}{1} = 7,5\ m$$

che è una distanza molto maggiore della lunghezza L = 1,7 m della superficie solida.

Si può quindi utilizzare la relazione indicata per il caso laminare nel calcolo del numero di Nusselt:

$$\overline{Nu}_L = 0,664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr_L^{1/3} = 0,644 \cdot \left(1,15 \cdot 10^5\right)^{1/2} \cdot 0,71^{1/3} = 200,6$$

da cui si ricava:

$$\overline{h}_c = \frac{\overline{Nu}_L \cdot \lambda}{L} = \frac{200,6 \cdot 0,026}{1,7} \approx 3,1\ Wm^{-2}K^{-1}$$

La potenza termica scambiata per convezione tra superficie solida e fluido in moto è:

$$\dot{Q}_C = \overline{h}_c \cdot A \cdot \Delta T = 3,1 \cdot 1,8 \cdot 7 \approx 39\ W$$

Si noti che se il flusso anziché essere laminare fosse turbolento su tutta la lastra, ad esempio per la presenza di turbolenza nel fluido incidente, per effetto di vibrazioni della superficie solida o a causa della presenza di turbolatori in prossimità del bordo di attacco ecc., per il calcolo del numero di Nusselt si dovrebbe utilizzare la relazione:

$$\overline{N}u_L = 0,037 \cdot Re_L^{4/5} \cdot Pr_L^{1/3} = 0,037 \cdot \left(1,15 \cdot 10^5\right)^{4/5} \cdot 0,71^{1/3} = 369,1$$

da cui si ricava:

$$\overline{h}_c = \frac{\overline{N}u_L \cdot \lambda}{L} = \frac{396,1 \cdot 0,026}{1,7} \approx 5,7\ Wm^{-2}K^{-1}$$

La potenza termica scambiata per convezione tra superficie solida e fluido in moto sarebbe:

$$\dot{Q}_C = \overline{h}_c \cdot A \cdot \Delta T = 5,7 \cdot 1,8 \cdot 7 \approx 71\ W$$

La potenza termica scambiata nel caso di flusso turbolento su tutta la lastra è quasi il doppio di quella scambiata nel caso di flusso laminare su tutta la lastra, il che mostra la vantaggiosità del flusso turbolento nel caso si voglia innalzare il processo di scambio termico convettivo. Va però considerato che la turbolenza aumenta la forza di attrito che agisce tra fluido e superficie solida.
Si faccia attenzione al fatto che nella seconda parte della trattazione precedente si è ipotizzato che il flusso fosse turbolento per cause esterne (presenza di turbolenza nel fluido incidente, per effetto di vibrazioni della superficie solida o a causa della presenza di turbolatori in prossimità del bordo di attacco ecc.), nonostante che il numero di Reynolds fosse uguale a circa $1 \cdot 10^5$, ovvero inferiore al valore critico di $5 \cdot 10^5$. Pertanto i risultati ottenuti sono in realtà solo indicativi della situazione reale, ma possono servire per fissare effettuare un confronto tra ciò che accade nel caso di flusso laminare e nel caso di flusso turbolento.
Risulta del tutto evidente, pur nei limiti di validità delle approssimazioni discusse che il regime di flusso turbolento favorisce lo scambio termico, ma provoca maggiori perdite di energia meccanica per attrito, energia meccanica che, ovviamente, deve essere spesa dal propulsore che movimenta il fluido.
Per inciso, si noti che la superficie di 1,8 m^2 e la lunghezza caratteristica L = 1,7 m sono i valori che vengono generalmente assunti come dimensioni standard di un individuo umano negli studi sulle interazioni energetiche tra corpo ed ambiente che lo circonda. L'esempio quindi mostra che per una differenza di temperatura di circa 7 °C tra superficie del corpo e l'aria che lo lambisce a bassa velocità il coefficiente di scambio termico convettivo assume valori dell'ordine di 3-6 $W(m^2\ K)^{-1}$. Naturalmente, tale valore è stato ricavato assimilando il corpo umano ad una lastra piana il che può sembrare una modellizzazione assolutamente non realistica. Certamente un modello, pur sempre approssimato ma più realistico, potrebbe essere costituito da una superficie di forma cilindrica con il fluido che la lambisce in direzione longitudinale. Si può però dimostrare che il risultato sullo scambio termico convettivo non cambierebbe di molto rispetto al modello estremamente semplificato utilizzato in questo esempio.

Esercizio 14.8

Una superficie solida piana avente lunghezza caratteristica L = 2,0 m viene mantenuta ad una temperatura costante ed uniforme T_S = 70 °C mediante un flusso forzato di un fluido a pressione atmosferica, avente una temperatura di fluido indisturbato T_∞ = 20 °C e velocita di fluido indisturbato w_∞. Determinare il coefficiente medio di scambio termico convettivo nei seguenti casi.

Fluido:

a) aria

b) acqua

Velocita di fluido indisturbato:

1) $w_\infty = 0{,}2\ ms^{-1}$

2) $w_\infty = 1\ ms^{-1}$

3) $w_\infty = 10\ ms^{-1}$

Si ipotizzi che i valori dei parametri necessari alla soluzione del problema varino linearmente nell'intervallo di temperatura di progetto. Si tenga conto che in casi come questo si può usare la relazione: $\bar{N}u_L = 0{,}664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr_L^{1/3}$ nel caso laminare; la relazione: $\bar{N}u_L = 0{,}037 \cdot Re_L^{4/5} \cdot Pr_L^{1/3}$ nel caso turbolento e la relazione: $\bar{N}u_L = \left(0{,}037 \cdot Re_L^{4/5} - 871\right) \cdot Pr_L^{1/3}$ nel caso misto laminare-turbolento.

Si ipotizzi che lo scambio termico avvenga in regime stazionario e che la temperatura della superficie solida e quella del fluido indisturbato siano costanti ed uniformi.

Le proprietà termofisiche del fluido vengono determinate alla temperatura di film:

$$T_{film} = \frac{T_S + T_\infty}{2} = \frac{(70+20)}{2} = 45°C$$

Dalla Tabella 14.2 e 14.5 si ricavano i seguenti valori per la densità ρ, per la conducibilità termica λ, per la viscosità cinematica ν e per il numero di Prandtl P_r dell'aria e dell'acqua liquida:

Fluido	**Temperatura** [°C]	ρ [kg/m³]	λ [W/m·K]	ν [m²/s]	**Pr**
Aria	40	1,13	0,027	16,9 10^{-6}	0,711
	60	1,07	0,028	18,8 10^{-6}	0,708
Acqua	40	992	0,627	0,68 10^{-6}	4,51
	60	983	0,651	0,48 10^{-6}	3,07

I corrispondenti valori alla temperatura T = 45 °C si possono ricavare ipotizzando relazioni lineari nell'intervallo di temperatura da T_1= 40 °C a T_2 = 60 °C. Per l'aria si avrà:

$$\rho(T) = \rho(T_1) + \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}\left[\rho(T_2) - \rho(T_1)\right] = 1{,}13 + \frac{(45-40)}{(60-40)}(1{,}07 - 1{,}13) \approx 1{,}12\ kg\ m^{-3}$$

$$\lambda(T) = \lambda(T_1) + \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}\left[\lambda(T_2) - \lambda(T_1)\right] = 0{,}027 + \frac{(45-40)}{(60-40)}(0{,}028 - 0{,}027) \approx 0{,}027\ W\ m^{-2}K^{-1}$$

$$\nu(T) = \nu(T_1) + \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}\left[\nu(T_2) - \nu(T_1)\right] = 16{,}9 \cdot 10^{-6} + \frac{(45-40)}{(60-40)}(18{,}8 - 16{,}9) \cdot 10^{-6} \approx 17{,}4 \cdot 10^{-6}\ m\ s^{-2}$$

$$Pr(T) = Pr(T_1) + \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}\left[Pr(T_2) - Pr(T_1)\right] = 0{,}711 + \frac{(45-40)}{(60-40)}(0{,}708 - 0{,}711) \approx 0{,}710$$

Con una procedura analoga, il cui svolgimento viene lasciato al lettore, si possono ottenere i corrispondenti valori per l'acqua. I risultati sono riassunti nella tabella seguente:

Fluido	Temperatura [°C]	ρ [kg/m³]	λ [W/m·K]	ν [m²/s]	Pr
Aria	45	1,12	0,027	17,4 10^{-6}	0,710
Acqua	45	990	0,633	0,63 10^{-6}	4,15

Il regime di flusso viene determinato calcolando il numero di Reynolds Re_L e confrontandolo con il numero di Reynolds critico, che per una lastra piana è $Re_{crit} \cong 5 \cdot 10^5$. Quindi si calcola il numero di Nusselt medio utilizzando la correlazione di uso pratico pertinente al regime di flusso, per poi ricavare il coefficiente di scambio termico convettivo.

Caso a1): Aria con w_∞ = 0,2 m/s

Il numero di Reynolds al bordo di uscita della lastra è dato da:

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{0,2 \cdot 2,0}{17,4 \cdot 10^{-6}} = 2,3 \cdot 10^4 < Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

per cui il flusso è **laminare** lungo tutta la lastra. Si può utilizzare la seguente relazione per il calcolo del numero di Nusselt:

$$\bar{N}u_L = 0,664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr_L^{1/3} = 0,644 \cdot \left(2,3 \cdot 10^4\right)^{1/2} \cdot 0,71^{1/3} = 89,8$$

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{N}u_L \cdot \lambda}{L} = \frac{89,9 \cdot 0,027}{2,0} \approx 1,2 \ Wm^{-2}K^{-1}$$

Possiamo anche calcolare lo spessore degli strati limite laminare dinamico e termico al bordo di uscita della lastra, utilizzando, rispettivamente, le relazioni (14.48) e (14.49), ovvero:

$$\delta_{w,x} = \frac{5}{Re_L^{1/2}} L = \frac{5}{\left(2,3 \cdot 10^4\right)^{1/2}} 2,0 = 0,066 \ m = 6,6 \ cm$$

$$\delta_{T,x} = \frac{5}{Re_L^{1/2} Pr^{1/3}} L = \frac{5}{\left(2,3 \cdot 10^4\right)^{1/2} \cdot 0,71^{1/3}} 2,0 = 0,074 \ m = 7,4 \ cm$$

Caso a2): Aria con w_∞ = 1 m/s

Il numero di Reynolds al bordo di uscita della lastra è dato da:

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{1 \cdot 2,0}{17,4 \cdot 10^{-6}} = 1,15 \cdot 10^5 < Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

per cui il flusso è laminare lungo tutta la lastra.

Si può quindi utilizzare la seguente relazione per il calcolo del numero di Nusselt:

$$\bar{N}u_L = 0,664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr_L^{1/3} = 0,664 \cdot \left(1,15 \cdot 10^5\right)^{1/2} \cdot 0,71^{1/3} = 200,0$$

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{N}u_L \cdot \lambda}{L} = \frac{200,0 \cdot 0,027}{2,0} \approx 2,7 \ Wm^{-2}K^{-1}$$

Possiamo anche calcolare lo spessore degli strati limite laminare dinamico e termico al bordo di uscita della lastra, utilizzando, rispettivamente, le relazioni (14.48) e (14.49), ovvero:

$$\delta_{w,x} = \frac{5}{Re_L^{1/2}} L = \frac{5}{\left(1{,}15 \cdot 10^5\right)^{1/2}} 2{,}0 = 0{,}029 \ m = 2{,}9 \ cm$$

$$\delta_{T,x} = \frac{5}{Re_L^{1/2} \, Pr^{1/3}} L = \frac{5}{\left(1{,}15 \cdot 10^5\right)^{1/2} \cdot 0{,}71^{1/3}} 2{,}0 = 0{,}033 \ m = 3{,}3 \ cm$$

Caso a3): Aria con w∞ = 10 m/s
Il numero di Reynolds al bordo di uscita della lastra è dato da:

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{10 \cdot 2{,}0}{17{,}4 \cdot 10^{-6}} = 1{,}15 \cdot 10^6 > Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

per cui si ha transizione da flusso laminare a flusso turbolento nella posizione:

$$x_{crit} = \frac{Re_{crit} \, \nu}{w_\infty} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 17{,}4 \cdot 10^{-6}}{1} = 0{,}87 \ m$$

Si può quindi utilizzare la relazione per il calcolo del numero di Nusselt per flusso misto laminare-turbolento:

$$\overline{Nu}_L = \left(0{,}037 \cdot Re_L^{4/5} - 871\right) \cdot Pr_L^{1/3} = \left[0{,}037 \cdot \left(1{,}15 \cdot 10^6\right)^{4/5} - 871\right] \cdot 0{,}71^{1/3} = 1554{,}0$$

$$\overline{h}_c = \frac{\overline{Nu}_L \cdot \lambda}{L} = \frac{1554{,}0 \cdot 0{,}027}{2{,}0} \approx 21{,}2 \ Wm^{-2}K^{-1}$$

Caso b1): Acqua con w∞ = 0,2 m/s
Il numero di Reynolds al bordo di uscita della lastra è dato da:

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{0{,}2 \cdot 2{,}0}{0{,}63 \cdot 10^{-6}} = 6{,}35 \cdot 10^5 > Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

per cui si ha transizione da flusso laminare a flusso turbolento nella posizione:

$$x_{crit} = \frac{Re_{crit} \, \nu}{w_\infty} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 0{,}63 \cdot 10^{-6}}{0{,}2} = 1{,}6 \ m$$

Si può quindi utilizzare la relazione per il calcolo del numero di Nusselt per flusso misto laminare-turbolento:

$$\overline{Nu}_L = \left(0{,}037 \cdot Re_L^{4/5} - 871\right) \cdot Pr_L^{1/3} = \left[0{,}037 \cdot \left(6{,}35 \cdot 10^5\right)^{4/5} - 871\right] \cdot 4{,}15^{1/3} = 1208{,}8$$

$$\overline{h}_c = \frac{\overline{Nu}_L \cdot \lambda}{L} = \frac{1208{,}8 \cdot 0{,}633}{2{,}0} \approx 382{,}6 \ Wm^{-2}K^{-1}$$

Caso b2): Acqua con w∞ = 1,0 m/s
Il numero di Reynolds al bordo di uscita della lastra è dato da:

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{1 \cdot 2{,}0}{0{,}63 \cdot 10^{-6}} = 3{,}13 \cdot 10^6 > Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

per cui si ha transizione da flusso laminare a flusso turbolento nella posizione:

$$x_{crit} = \frac{Re_{crit} \, \nu}{w_\infty} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 0{,}63 \cdot 10^{-6}}{1} = 0{,}32 \ m$$

Si può quindi utilizzare la relazione per il calcolo del numero di Nusselt per flusso misto laminare-turbolento:

$$\bar{N}u_L = \left(0,037 \cdot Re_L^{4/5} - 871\right) \cdot Pr_L^{1/3} = \left[0,037 \cdot \left(3,13 \cdot 10^6\right)^{4/5} - 871\right] \cdot 4,15^{1/3} = 8053,3$$

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{N}u_L \cdot \lambda}{L} = \frac{8053,3 \cdot 0,633}{2,0} \approx 2548,9\ Wm^{-2}K^{-1}$$

Caso b3): Acqua con w∞ = 10,0 m/s

Il numero di Reynolds al bordo di uscita della lastra è dato da:

$$Re_L = \frac{w_\infty L}{\nu} = \frac{10 \cdot 2,0}{0,63 \cdot 10^{-6}} = 3,17 \cdot 10^7 > Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

per cui si ha transizione da flusso laminare a flusso turbolento nella posizione:

$$x_{crit} = \frac{Re_{crit}\,\nu}{w_\infty} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 0,63 \cdot 10^{-6}}{10} = 0,032\ m$$

La distanza dal bordo di attacco in cui avviene la transizione alla turbolenza è praticamente trascurabile rispetto alla lunghezza complessiva della lastra, per cui, con buona approssimazione, si può ritenere che il flusso sia turbolento su tutta la superficie per cui si può utilizzare la correlazione per il calcolo del numero di Nusselt medio:

$$\bar{N}u_L = 0,037 \cdot Re_L^{4/5} \cdot Pr_L^{1/3} = 0,037 \cdot \left(3,17 \cdot 10^7\right)^{4/5} \cdot 4,15^{1/3} = 59575,2$$

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{N}u_L \cdot \lambda}{L} = \frac{59575,2 \cdot 0,633}{2,0} \approx 18855,5\ Wm^{-2}K^{-1}$$

Possiamo anche calcolare lo spessore degli strati limite laminare dinamico e termico al bordo di uscita della lastra, utilizzando la relazione (14.80) ovvero:

$$\delta_{w,x} = \delta_{T,x} = \frac{5}{Re_L^{1/5}} L = \frac{0,376}{\left(3,15 \cdot 10^7\right)^{1/2}} 2,0 = 0,024\ m = 2,4\ cm$$

Confrontando i risultati si vede immediatamente che a parità di velocità di flusso indisturbato l'uso di un liquido innalza fortemente lo scambio termico convettivo rispetto al caso in cui si usi un gas. Questo è vero in generale e ciò spiega perché in applicazioni ingegneristiche in cui debbano essere smaltite elevate potenze termiche è preferibile utilizzare un sistema di raffreddamento a liquido piuttosto che a gas.

I risultati mostrano, inoltre, l'efficacia del flusso turbolento nell'innalzare lo scambio termico. Ovviamente, la transizione allo strato limite turbolento, con i forti sforzi viscosi presenti nel sottostrato laminare provocherà anche un aumento della forza di attrito tra fluido in moto e superficie solida. Va infine notato che, come già previsto qualitativamente in precedenza, lo spessore degli strati limite, sia nel caso laminare che turbolento, sono molto piccoli, il che indica che l'interazione viscosa o termica tra fluido e superficie solida riguarda solo una piccola porzione di fluido; tutto il resto risulta indisturbato, ovvero non risente della presenza della superficie solida.

Esercizio 14.9

Aria alla temperatura di fluido indisturbato T_∞ = 20 °C incide in cross-flow con velocita di fluido indisturbato w_∞ = 5 ms^{-1} su una superficie solida cilindrica, avente diametro D = 2,5 cm, mantenuta alla temperatura T_S = 100 °C. Calcolare la potenza termica scambiata tra superficie solida e fluido per unità di lunghezza del cilindro.

Le proprietà termofisiche dell'aria vengono assunte alla temperatura di film:

$$T_{film} = \frac{T_S + T_\infty}{2} = 60°C$$

Dalle Tabelle 14.2 e 14.5 si ricavano, alla temperatura di T_{film} = 60 °C, i seguenti valori per le proprietà termofisiche dell'aria:

- viscosità cinematica: ν = 18,8 $\cdot 10^{-6}$ m^2s^{-1};
- conducibilità termica: λ = 0,028 $W(m\ K)^{-1}$;
- numero di Prandtl: Pr = 0,708.

Il numero di Reynolds è uguale a:

$$Re_D = \frac{w_\infty D}{\nu} = \frac{5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{18,8 \cdot 10^{-6}} = 6648,9 \Rightarrow Re_D \cdot Pr = 4707,5 > 0,2$$

per cui si può utilizzare la relazione (14.58):

$$Nu_D = 0,3 + \frac{0,62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{3/5} = 42,1$$

Il coefficiente medio di scambio termico convettivo è:

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{N}u_D \cdot \lambda}{D} = \frac{42,1 \cdot 0,028}{2,5 \cdot 10^{-2}} = 47,1\ Wm^{-2}K^{-1}$$

La potenza termica scambiata con il fluido per unità di lunghezza del cilindro è:

$$\frac{\dot{Q}_C}{L} = \bar{h}_C \pi D\left(T_S - T_\infty\right) = 47,1 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}\left(100\text{-}20\right) = 296\ Wm^{-1}$$

Il risultato ottenuto è applicabile ad un cilindro di lunghezza qualunque. La potenza termica scambiata tra fluido ed un cilindro di lunghezza data si otterrà moltiplicando il valore sopra ricavato per la lunghezza L (in metri) del cilindro.

Dal punto di vista fluidodinamico essendo Re_D < 2·105 si può desumere che lo strato limite che si forma sul cilindro è laminare e che il distacco avviene ad un angolo di circa 80° rispetto al punto di ristagno, posizione in cui il numero di Nusselt locale avrà un minimo, per poi tendere ad aumentare per effetto della formazione della scia turbolenta.

Esercizio 14.10

All'inizio del 2015 una violenta tempesta ha colpito il nord della regione Toscana con raffiche di vento con velocita fino a 150 km h^{-1} che, oltre a danneggiare abitazioni, capannoni industriali e altre costruzioni, ha abbattuto decine di alberi d'alto fusto. Assimilando il tronco di un albero ad un cilindro avente diametro D≈1 m ed altezza L≈15 m si calcoli la forza esercitata su di esso da un flusso d'aria incidente perpendicolarmente al cilindro con velocita w_∞ = 150 km h^{-1}.
Si assuma per il coefficiente di resistenza CD il valore CD≈0,6.

Il fluido è aria a temperatura ambiente, per cui si possono assumere i seguenti valori per le proprietà fisiche:

- viscosità cinematica: $\nu = 15 \cdot 10^{-6}\ m^2 s^{-1}$.
- densità: $\rho = 1,2\ kgm^{-3}$

Per il cilindro il numero di Reynolds riferito al diametro D è:

$$Re_D = \frac{w_\infty D}{\nu} = \frac{42 \cdot 1}{15 \cdot 10^{-6}} \approx 2,8 \cdot 10^6$$

Dal grafico in Figura 14.16 si ricava $C_D \cong 0,6$, per cui:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D A_f \rho w_\infty^2 = 0,6 \cdot 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 42^2 = 9526\ N$$

Il risultato ottenuto mostra che la forza esercitata dal vento sull'albero è molto elevata. Per meglio comprendere l'entità di questa forza possiamo, per una volta, utilizzare il sistema tecnico di unità di misura, anche se ormai desueto e sostituito dal Sistema Internazionale. Nel sistema tecnico l'unità di misura della forza è il kilogrammo-forza (simbolo: kgf), che si ottiene dividendo il valore in Newton per l'accelerazione di gravità g. Assumendo g = 9,8 m/s^2 si ottiene che la forza esercitata dal vento sull'albero è:

$$F_D = \frac{9526\ N}{9,8\ m\ s^{-2}} \approx 976\ kgf$$

ovvero una forza pari a quasi una tonnellata-forza. Non è strano quindi che sotto una spinta di quasi una tonnellata-peso degli alberi, magari in condizioni di salute non perfette, come quelli presenti in molti ambiti urbani, abbiano ceduto e siano stati sradicati.

Esercizio 14.11

Una lastra piana, avente spessore trascurabile, lunghezza L_{lastra} = 1 m e larghezza 1 m, ed un cilindro, avente diametro D = 0,5 m e lunghezza $L_{cilindro}$ = 4m, sono completamente immersi in acqua a temperatura ambiente e vengono trascinati con la stessa velocita w_∞ = 2 ms^{-1}. Il moto relativo tra fluido e superfici solide e parallelo alla lunghezza L_{las} della lastra e perpendicolare all'asse del cilindro.

Determinare la resistenza all'avanzamento che agisce sulla lastra e quella sul cilindro.

Nel caso della lastra piana sappiamo che la forza di pressione è nulla, non essendo presente la separazione dello strato limite per cui si ha che il C_D coincide con il $C_{f,L}$ che può essere calcolato con una delle seguenti relazioni:

$\overline{C}_{f,L} = \dfrac{1,328}{Re_L^{1/2}}$ se il flusso è laminare su tutta la lastra;

$\overline{C}_{f,L} = \dfrac{0,074}{Re_L^{1/5}}$ se il flusso è turbolento su tutta la lastra;

$\overline{C}_{f,L} = \dfrac{0,074}{Re_L^{1/5}} - \dfrac{1742}{Re_L}$ se il flusso è misto laminare-turbolento.

Per il cilindro si ha una situazione diversa, nel senso che nell'usare la relazione:

$$F_D = C_D A_f \left(\frac{1}{2}\rho w_\infty^2\right)$$

A_f è l'area della superficie frontale del cilindro, ovvero della superficie perpendicolare al flusso incidente: A_f=D x $L_{cilindro}$.

Il fluido è **acqua liquida**, a temperatura ambiente, per cui si possono assumere i seguenti valori per le proprietà fisiche:

- viscosità cinematica: $\nu = 1\cdot10^{-6}$ m^2s^{-1}.
- densità: $\rho = 1\cdot10^3$ kgm^{-3}

Caso a): Lastra piana

$$Re_L = \frac{w_\infty L_{lastra}}{\nu} = \frac{2\cdot1}{1\cdot10^{-6}} = 2\cdot10^6 > 5\cdot10^5$$

Il regime di flusso è dapprima laminare con transizione alla turbolenza in:

$$x_{crit} = \frac{Re_{crit}\,\nu}{w_\infty} = \frac{5\cdot10^5\cdot1\cdot10^{-6}}{2} = 0,25\ m$$

La parte di lastra in cui si ha flusso laminare non è trascurabile, per cui si deve utilizzare la correlazione per flusso misto laminare-turbolento:

$$\overline{C}_{f,L} = \frac{0,074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L} = 3,2\cdot10^{-3}$$

Lo sforzo tangenziale viscoso tra fluido e lastra solida è:

$$\tau = \frac{1}{2}\overline{C}_{f,L}\rho w_\infty^2 = 6,4\ Nm^{-2}$$

e quindi la forza di attrito è uguale a:

$$F_{attr,lastra} = \tau\cdot A_{lastra} = 6,4\cdot2 = 12,8\ N$$

In questo caso si ha che la resistenza totale coincide con la forza di attrito viscoso:

$$F_{D,lastra} = F_{attr,lastra} = 12,8\ N$$

Caso b): Cilindro

Per il cilindro il numero di Reynolds riferito al diametro D è:

$$Re_D = \frac{w_\infty D}{\nu} = \frac{2 \cdot 0,5}{1 \cdot 10^{-6}} = 1 \cdot 10^6$$

Dal grafico in Figura 14.16 si ricava $C_D \cong 0,6$, per cui:

$$F_{D,cilindro} = \frac{1}{2} C_D A_f \rho w_\infty^2 = 2,4 \cdot 10^3 \ N$$

Infine possiamo calcolare il rapporto tra la resistenza subita dal cilindro rispetto a quella della piastra piana sottile:

$$\frac{Resistenza_{cilindro}}{Resistenza_{piastra}} = \frac{F_{D,cilindro}}{F_{attrito,lastra}} = \frac{2400}{12,8} \approx 188$$

Il risultato ottenuto mostra che, a parità di superficie caratteristica, la resistenza all’avanzamento del cilindro è enormemente maggiore (quasi 200 volte) di quella offerta dalla piastra. Ciò è ovviamente dovuto alla resistenza di forma provocata dalla separazione dello strato limite nel caso del cilindro.

Se si vuole ridurre tale resistenza di forma occorre ridurre, per quanto possibile la separazione dello strato limite rendendo il corpo più aerodinamico. Un modo per rendere più aerodinamico un corpo è dargli una forma meno tozza e più affusolata.

Esercizio 14.12
Un fluido a temperatura ambiente entra con velocità w_{in} = 1 ms^{-1} in un tubo cilindrico a sezione circolare costante avente diametro D = 2,5 cm e lunghezza X = 3 m. Determinare, in regime stazionario, la lunghezza della regione di ingresso idrodinamica e di quella termica nel caso in cui il fluido sia:
a) aria
b) acqua
c) olio lubrificante

Nella tabella seguente sono riportati i valori delle proprietà fisiche dell'aria, dell'acqua liquida e di un olio lubrificante a temperatura ambiente (~ 290 K).

Fluido	Temperatura [°C]	ρ [kg/m^3]	λ [W/m·K]	μ [kg/(m·s)]	Pr
Aria	20	1,21	0,026	1,82 10^{-5}	0,714
Acqua	20	998	0,599	1,06 10^{-3}	7,43
Olio	20	888	0,145	800 10^{-3}	10400

Caso a): Aria

$$\dot{m} = \rho A w_{in} = \rho \frac{\pi D^2}{4} w_{in} = 1{,}21 \cdot \frac{\pi \left(2{,}5 \cdot 10^{-2}\right)^2}{4} \cdot 1 = 0{,}0006\ kg\ s^{-1}$$

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\mu \pi D} = \frac{4 \cdot 0{,}0006}{1{,}82 \cdot 10^{-5} \cdot \pi \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}} \approx 1662$$

Poiché Re_D < 2300 il flusso è laminare e quindi la lunghezza della regione di ingresso idrodinamica è data da:

$$x_{ingr,w} = 0{,}05 \cdot Re_D \cdot D = 0{,}05 \cdot 1662 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2} \approx 2\ m$$

La lunghezza della regione di ingresso termica è data da:

$$x_{ingr,T} \approx 0{,}05 \cdot Re_D \cdot D \cdot Pr = x_{ingr,T} \cdot Pr \approx 2 \cdot 0{,}714 \approx 1{,}5\ m$$

Caso b): Acqua

$$\dot{m} = \rho A w_{in} = \rho \frac{\pi D^2}{4} w_{in} = 998 \cdot \frac{\pi \left(2{,}5 \cdot 10^{-2}\right)^2}{4} \cdot 1 = 0{,}49\ kg\ s^{-1}$$

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\mu \pi D} = \frac{4 \cdot 0{,}49}{1{,}06 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}} \approx 2{,}35 \cdot 10^4$$

Poiché Re_D >> 2300 il flusso è turbolento e quindi sia la lunghezza della regione di ingresso idrodinamica che quella termica sono circa uguali a dieci volte il diametro del tubo:

$$x_{ingr,T} = x_{ingr,T} \approx 10 \cdot D = 0{,}25\ m$$

Caso c): Olio lubrificante

$$\dot{m} = \rho A w_{in} = \rho \frac{\pi D^2}{4} w_{in} = 888 \cdot \frac{\pi \left(2{,}5 \cdot 10^{-2}\right)^2}{4} \cdot 1 = 0{,}44\ kg\ s^{-1}$$

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\mu \pi D} = \frac{4 \cdot 0{,}44}{800 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}} \approx 28$$

Poiché $Re_D < 2300$ il flusso è laminare e quindi la lunghezza della regione di ingresso idrodinamica è data da:

$$x_{ingr,w} = 0,05 \cdot Re_D \cdot D = 0,05 \cdot 28 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \approx 3,5\ m$$

La lunghezza della regione di ingresso termica è data da:

$$x_{ingr,T} \approx 0,05 \cdot Re_D \cdot D \cdot Pr = x_{ingr,T} \cdot Pr \approx 0,035 \cdot 10400 \approx 364\ m$$

I risultati ottenuti per l'aria mostrano che in regime di flusso laminare le distanze dalla sezione di ingresso in cui si formano le regioni pienamente sviluppate idrodinamica e termica sono praticamente uguali. Ciò è vero per tutti quei fluidi per i quali il numero di Prandtl è circa uguale a 1.
Nel caso dell'olio lubrificante che ha un numero di Prandtl molto grande la distanza a cui si forma la regione termicamente pienamente sviluppata è enorme.
I risultati per l'acqua mostrano che già con una portata massica relativamente piccola, come quella considerata nel problema, il regime di flusso è turbolento e sia la regione di ingresso idrodinamica che quella termica hanno estensione molto ridotta, per cui con tubazioni lunghe si può utilizzare con buona approssimazione le relazioni valide per flusso pienamente sviluppato sia idrodinamico che termico su tutto il condotto.

Esercizio 14.13

Acqua liquida alla temperatura T_{in} = 10 °C scorre con velocità uniforme w_{in} = 1 ms^{-1} in un tubo cilindrico a sezione circolare costante avente diametro D = 2,5 cm e lunghezza X = 10 m.
Attraverso la superficie interna del tubo viene fornita al fluido, mediante un riscaldatore elettrico, una potenza termica per unità di superficie uniforme e costante $\dot{Q}'' = 150\ kW\ m^{-2}$.
Determinare, in regime stazionario:
a) la temperatura media di uscita del fluido;
b) la differenza tra la temperatura media della superficie solida e la temperatura media del fluido.

I valori delle proprietà fisiche dell'acqua devono essere valutati alla temperatura media del fluido. Poiché la temperatura di uscita del fluido non è nota possiamo ipotizzare che la temperatura media del fluido sia uguale a 40 °C. Se, una volta calcolata la temperatura di uscita, risultasse una temperatura media del fluido sensibilmente diversa da tale valore occorrerà procedere iterativamente, modificando i valori delle proprietà fisiche e ripetendo i calcoli. Nella tabella seguente sono riportati i valori delle proprietà fisiche dell'acqua liquida alla temperatura di 40 °C.

Fluido	**T_f** [°C]	**ρ** [kg/m³]	**λ** [W/m·K]	**μ** [kg/(m·s)]	**c_p** [kJ/(kg·K)]	**Pr**
Acqua	40	992	0,627	0,67 10^{-3}	4,176	4,51

$$\dot{m} = \rho A w_{in} = \rho \frac{\pi D^2}{4} w_{in} = 992 \cdot \frac{\pi \left(2,5 \cdot 10^{-2}\right)^2}{4} \cdot 1 = 0,49\ kg\ s^{-1}$$

$$Re_D = \frac{4\dot{m}}{\mu \pi D} = \frac{4 \cdot 0,49}{0,67 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} \approx 3,7 \cdot 10^4$$

Poiché Re_D >> 2300 il flusso è turbolento e quindi sia la lunghezza della regione di ingresso idrodinamica che quella termica sono circa uguali a dieci volte il diametro del tubo:

$$x_{ingr,T} = x_{ingr,T} \approx 10 \cdot D = 0,25\ m$$

pertanto, considerando che il tubo è lungo 10 m, la regione di ingresso può essere trascurata ed il flusso può essere considerato con buona approssimazione pienamente sviluppato lungo tutto il tubo.
Poiché il numero di Reynolds è maggiore di 10000 ed il numero di Prandtl cade all'interno dell'intervallo 0,7 ÷ 16700, si può utilizzare per il calcolo del numero di Reynolds la correlazione di Sieder e Tate:

$$Nu_D = 0,0027 \cdot Re_L^{4/5} \cdot Pr_L^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_S} \right)^{0,14}$$

dove tutte le proprietà sono valutate alla temperatura media tra ingresso e uscita del fluido, tranne la μ_S che va valutata alla temperatura della superficie solida: μ_S(70 °C)≅0,42 10^{-3}:

$$Nu_D = 0,0027 \cdot \left(3,7 \cdot 10^4\right)^{4/5} \cdot (4,51)^{1/3} \left(\frac{0,67 \cdot 10^{-3}}{0,42 \cdot 10^{-3}} \right)^{0,14} \approx 215$$

Quindi il coefficiente di scambio termico convettivo è:

$$\overline{h}_c = \frac{Nu_D \cdot \lambda}{D} = \frac{215 \cdot 0,627}{2,5 \cdot 10^{-2}} = 5391\ Wm^{-2}K^{-1}$$

Possiamo quindi calcolare la temperatura di uscita del fluido:

a) $$T_{f,out} = T_{f,in} + \frac{\dot{Q}''X}{\rho w_{in} D c_p} = 10 + \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 10}{992 \cdot 1 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 4176} = 67,6°C$$

Per cui la temperatura media del fluido lungo il tubo è

$$\overline{T}_f = \frac{T_{f,out} + T_{f,in}}{2} = 38,8°C$$

e la temperatura media della superficie solida è:

$$\overline{T}_S = \overline{T}_f + \frac{\dot{Q}''}{h_c} = 38,8 + \frac{150 \cdot 10^3}{5391} = 66,6°C$$

La differenza tra la temperatura media della superficie e la temperatura media del fluido è:

b) $\overline{T}_S - \overline{T}_f = (66,6 - 38,8) = 27,8°C$

capitolo 15

Esercizio 15.1

Una stazione emette onde radio di lunghezza d'onda λ=350 m; calcolare la frequenza delle onde. Si tenga presente la relazione tra lunghezza d'onda λ, frequenza ν e velocità c delle onde elettromagnetiche nel vuoto (con buona approssimazione nell'atmosfera):

$$c = \lambda \cdot v \Rightarrow v = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{350} = 0,86\ Hz$$

Esercizio 15.2

La lunghezza d'onda alla quale il sole emette il massimo flusso di energia ad una lunghezza d'onda pari a λ_{max} = 0,5 μm. Si consideri il sole come corpo nero e si calcoli la potenza radiante **E_n** [energia per unità di tempo e di area (W m^{-2})] del sole.

La legge di Wien permette di stimare la temperatura superficiale del sole:

$$\lambda_{max} \cdot T = 2{,}989 \cdot 10^{-3}\ m\ K = 2898\ \mu m\ K$$

da cui si ottiene:

$$T = 5796\ K$$

La potenza radiante **E_n** si calcola mediante la legge di Stefan-Boltzmann:

$$E_n = \sigma T^4 = \left(5{,}67 \cdot 10^{-8}\right) \cdot \left(5796\right)^4 = 64\ MW\ m^{-2}$$

Esercizio 15.3

Una lampada a incandescenza ha il filamento a T=3200 K il quale si comporta come un corpo nero; calcolare il flusso radiativo emesso dal filamento nel campo del visibile tra λ_1=0,50 μm e λ_2=0,67 μm. Si calcoli inoltre la lunghezza d'onda per la quale il flusso radiativo emesso dal filamento raggiunge il valore massimo.

Il campo del visibile dello spettro elettromagnetico che si intende prendere in considerazione si estende da λ_1=0,50 μm a λ_2=0,67 μm. In corrispondenza di T=3200 K dalla Tabella 15.1 si determinano i valori della funzione di radiazione per λ_1T e per λ_2T:

$$\lambda_1 \cdot T = 0{,}5 \cdot 3200 = 1600\ \mu m\ K \Rightarrow f_{\lambda_1} = 0{,}019718$$

$$\lambda_2 \cdot T = 0{,}62 \cdot 3200 = 2000\ \mu m\ K \Rightarrow f_{\lambda_2} = 0{,}066728$$

Poiché lo 1.97% della radiazione viene quindi emesso a lunghezza d'onda inferiore a 0.50μm e il 6.67% a lunghezza inferiore a 0.62 μm, la frazione di radiazione emessa tra queste due lunghezze d'onda è pari a:

$$f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) = f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T) = 0{,}066728 - 0{,}019718 = 0{,}0470$$

Solo il 4.7% della radiazione emessa dal filamento della lampada cade nel campo del visibile indicato dal problema, il restante 95.3% della radiazione cade fuori dall'intervallo previsto.

La lunghezza d'onda alla quale la radiazione emessa raggiunge il valore massimo si determina dalla legge di Wien:

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{3200} = 0{,}91\ \mu m$$

Esercizio 15.4

Calcolare il flusso termico di radiazione emesso da un filamento di tungsteno di diametro D=0,15 mm e di lunghezza L=80 cm posto alla temperatura T= 2800 °C con valore di emissività pari a ε=0,35. Si calcoli il valore della lunghezza d'onda λ_{max} per cui si ha il massimo del potere emissivo monocromatico e il valore di quest'ultimo. Si supponga che il filamento sia da considerare corpo grigio.

Il flusso termico radiativo coincide con il potere emissivo emisferico di corpo grigio moltiplicato per l'area della superficie; date le ipotesi (A rappresenta l'area laterale del filo, E_n si riferisce al corpo nero e $E_{c.gr.}$ al filamento) si avrà:

$$\dot{Q}_{fil} = A \cdot E_{c.gr.} = A \cdot \varepsilon \cdot E_n(T)$$

$$\dot{Q}_{fil} = (\pi DL) \cdot \varepsilon \cdot T^4 = 667,2\ W$$

La lunghezza d'onda λ_{max} in corrispondenza della massima emissione monocromatica del filamento (corpo grigio), coincide con quella relativa ad un corpo nero alla stessa temperatura del filamento: si applica dunque la legge di Wien:

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{2800 + 273} = 0,94\ \mu m$$

La legge di Planck fornisce l'espressione analitica per calcolare il valore del potere emissivo monocromatico in corrispondenza di ogni valore di λ e di T per un corpo nero. Il filamento di tungsteno è un corpo grigio, ma il valore massimo λ_{max} coinciderà con quella relativa al corpo nero alla stessa temperatura. Il potere emissivo monocromatico del filamento per $\lambda=\lambda_{max}$ sarà dunque uguale a quello del corpo nero moltiplicato per l'emissività del filamento:

$$E_{fil}(\lambda,T) = \varepsilon \cdot E_n \cdot (\lambda,T) = \varepsilon \cdot \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}-1}} = 1,23 \cdot 10^6 W\ m^{-2} \mu m^{-2}$$

Esercizio 15.5

Sia data una lampada a incandescenza il cui filamento si trovi alla temperatura di 2800 K. Si assuma che il filamento si comporti come un corpo nero ed in tale ipotesi si calcoli la potenza radiante $\mathbf{E_n}$ [energia per unità di tempo e di area (Wm^{-2})] emessa per irraggiamento nell'intero intervallo di lunghezze d'onda.

Si calcoli la lunghezza d'onda corrispondente al valore massimo per la radiazione emessa dal filamento.

La potenza radiante E_n per un corpo nero si ricava dalla legge di Stefan-Boltzmann:

$$E_n = \sigma T^4$$

da cui si ottiene (σ **=** $5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K^4}}$ rappresenta la costante di Stefan-Boltzmann):

$$E_n = \sigma T^4 = \left(5{,}67 \cdot 10^{-8}\right) \cdot \left(2800\right)^4 = 3486\ kW\ m^{-2}$$

Facendo uso della Legge di Wien si può calcolare la lunghezza d'onda dove si verifica il massimo dell'emissione a 2800K:

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{2800} = 1{,}04\ \mu m$$

Esercizio 15.6

Si calcoli la potenza termica specifica scambiata per irraggiamento dalle seguenti superfici in condizioni notturne (radiazione solare nulla) supponendo che la temperatura delle superfici sia T_s=10 °C e la temperatura alla volta celeste sia T_c=-15 °C.

I materiali di cui sono composte le superfici e le loro caratteristiche emissive siano le seguenti:

Materiale	**Emissività ε**
Asfalto	ε =0,9
Alluminio lucido	ε =0,03
Vernice bianca	ε =0,93

Il flusso termico specifico $\dot{Q}'$ scambiato da una superficie (corpo piccolo in grande ambiente) con emissività ε è dato da:

$$\dot{Q}' = E_e - E_a = \varepsilon\sigma\left(T_S^4 - T_C^4\right)$$

che nei differenti casi diviene:

$$\dot{Q}'_{asfalto} = 0,9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left[(283)^4 - (258)^4\right] = 101\ Wm^{-2}$$

$$\dot{Q}'_{alluminio} = 0,03 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left[(283)^4 - (258)^4\right] = 3,4\ Wm^{-2}$$

$$\dot{Q}'_{vernice} = 0,93 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left[(283)^4 - (258)^4\right] = 104,6\ Wm^{-2}$$

Il segno positivo indica naturalmente che si ha flusso per irraggiamento uscente dalle superfici.

Esercizio 15.7

Un tubo di diametro esterno D=50 mm, di lunghezza L=12 m si trova ad una temperatura di superficie pari a T_s=150 °C all'interno di un ambiente di elevate dimensioni alla temperatura pari a T_a=25 °C. Si consideri il tubo come un corpo nero, e si calcoli il flusso termico scambiato per irraggiamento tra tubo ed ambiente.

Poiché si considera il tubo come corpo nero, per esso l'emissività è pari a 1 ed il flusso termico è dato dalla formula:

$$\dot{Q} = A \cdot \Phi = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_S^4 - T_a^4 \right)$$

dove A rappresenta la superficie laterale del tubo; si ha dunque:

$$\dot{Q} = \left(2\pi \cdot 0{,}025 \cdot 12 \right) 5{,}67 \cdot 10^{-8} \left(423^4 - 298^4 \right) = 258\ W$$

Esercizio 15.8

Una superficie emette come un corpo nero a T=2000 K. Si calcoli la potenza specifica (Wm^{-2}) emessa nell'intervallo di lunghezze d'onda tra λ_1=3 μm e λ_2=5 μm.

Si tenga presente la formula (15.40) che dà la frazione di potenza per unità di superfice emessa da corpo nero a temperatura T nell'intervallo di lunghezze d'onda compreso tra λ_1 e λ_2:

$$f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) = f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T)$$

Nel caso in esame dalla tabella 15.1 si ha:

$$\lambda_1 = 3\ \mu m,\ T = 2000\ K \Rightarrow \lambda_1 \cdot T = 600\ \mu m\ K \Rightarrow f_{\lambda_1}(T) = 0{,}737818$$

$$\lambda_2 = 5\ \mu m,\ T = 2000\ K \Rightarrow \lambda_2 \cdot T = 10000\ \mu m\ K \Rightarrow f_{\lambda_2}(T) = 0{,}914199$$

$$f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) = f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T) = 0{,}914199 - 0{,}737818 = 0{,}1764$$

che fornisce la frazione di radiazione emessa dalla superficie nera nell'intervallo di lunghezze d'onda considerato; la potenza specifica richiesta è dunque:

$$\dot{Q}' = \sigma T^4 f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) = 260{,}03\ kW\ m^{-2}$$

Esercizio 15.9

L'emissività monocromatica di una superficie opaca a T=700 K è rappresentabile dai dati seguenti:

$\varepsilon_1 = 0{,}2 \quad 0<\lambda<4\ \mu m$

$\varepsilon_2 = 0{,}6 \quad 4\ \mu m \le \lambda \le 8\ \mu m$

$\varepsilon_3 = 0{,}1 \quad 8\ \mu m < \lambda < \infty$

Calcolare il valore medio ε_m dell'emissività della superficie ed il suo potere emissivo.

Si tratta di usare l'equazione (15.39) nella forma:

$$\varepsilon_m \cdot \sigma \cdot T^4 = \varepsilon_1 \int_0^{\lambda_1} E_{n,\lambda} d\lambda + \varepsilon_2 \int_0^{\lambda_2} E_{n,\lambda} d\lambda + \varepsilon_3 \int_0^{\lambda_3} E_{n,\lambda} d\lambda =$$
$$= \varepsilon_1 f_{0-\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 f_{0-\lambda_2}(T) + \varepsilon_3 f_{0-\lambda_3}(T) =$$
$$= \varepsilon_1 f_{\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 \left[f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T) \right] + \varepsilon_3 f_{\lambda_3-\infty}(T) =$$
$$= \varepsilon_1 f_{\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 \left[f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T) \right] + \varepsilon_3 \left[1 - f_{\lambda_2}(T) \right]$$

Dalla Tabella 15.1 si ottiene:

$$\varepsilon = 0{,}4 \cdot 0{,}227897 + 0{,}6 \cdot (0{,}701946 - 0{,}227897) + 0{,}1 \cdot (1 - 0{,}701046) = 0{,}405$$

Si ha infine:

$$E = \varepsilon_m \cdot \sigma \cdot T^4 = 0{,}405 \cdot \left(5{,}67 \cdot 10^{-8}\right) \cdot 700^4 = 5{,}51\ kW\ m^{-2}$$

Esercizio 15.10

Una parete di area A è dotata di un'intercapedine d'aria (**L**=8 cm). Tra le facce dell'intercapedine si ha a regime una differenza di temperatura $\Delta T=T_1-T_2=10$ °C e si suppone che $T_1=17$ °C (per esempio $T_1=290$ K, $T_2=280$ K) . Nell'ipotesi che $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0{,}8$ si valuti il flusso termico specifico trasmesso attraverso l'intercapedine e il relativo coefficiente di irraggiamento a_{irr} (inteso come flusso termico specifico per kelvin).

Si tratta di due superfici di cui sono noti i coefficienti ε_1 e ε_2. Ciascuna delle due superfici emette un flusso termico per irraggiamento e su ciascuna delle stesse incide un flusso complessivo che chiameremo Φ_1' per la superficie S_1 e Φ_2'' per la superficie S_2.
Occorre considerare che sia la superficie S_1 che la superficie S_2 riflettono e che quindi entrano nel bilancio energetico altre due "pacchetti" energetici: il flusso $(1-\varepsilon_1)\,\Phi_1'$ riflesso da S_1 e il flusso $(1-\varepsilon_2)\,\Phi_2'$ riflesso da S_2.
La soluzione al problema è dunque data dal bilancio energetico su ciascuna superficie:

$$\Phi_1' = \Phi_2 + (1-\varepsilon_2)\Phi_2'$$

Che rappresenta la somma del flusso emesso da S_2 e del flusso riflesso da S_2,

$$\Phi_2' = \Phi_1 + (1-\varepsilon_1)\Phi_1'$$

Che rappresenta la somma del flusso emesso da S_1 e del flusso riflesso da S_1.
La soluzione a questo sistema (sostituendo dalla seconda equazione nella prima e viceversa) è:

$$\Phi_1' = \frac{\Phi_2 + (1-\varepsilon_2)\Phi_1}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}$$

$$\Phi_2' = \frac{\Phi_1 + (1-\varepsilon_1)\Phi_2}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}$$

La legge di Stefan-Boltzmann permette di esprimere Φ_1 e Φ_2 in funzione delle temperature assolute T_1 e T_2 delle due superfici:

$$\Phi_1 = \varepsilon_1 \sigma T_1^4$$

$$\Phi_2 = \varepsilon_2 \sigma T_2^4$$

ed il bilancio energetico, data la conoscenza delle due potenze incidenti, fornisce, per esempio per la superficie S_1:

$$\Phi_{s1} = \Phi_1 + \varepsilon_1 \Phi_1' = \Phi_1 + \varepsilon_1 \frac{\Phi_2 + (1-\varepsilon_2)\Phi_1}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}$$

Dalle tre equazioni sopra scritte si ottiene:

$$\Phi_{s1} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

che rappresenta il flusso termico per unità di superficie scambiato dalla superficie S_1 con la superficie S_2.
Si può concludere che del tutto in generale la quantità di calore scambiata ***a regime*** nell'unità di tempo per unità di superficie è proporzionale alla differenza tra le quarte potenze delle temperature superficiali, secondo un fattore di proporzionalità il cui valore dipende esclusivamente dalla natura delle superfici: il valore di tale fattore, e quindi dello scambio termico può essere modificato rendendo più o meno assorbenti una o entrambe le superfici.
Nel caso in esame il flusso termico per irraggiamento tra le due lastre estese ed affacciate non dipende dallo spessore **L** essendo dato da:

$$\Phi_{12} = \frac{A}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) = \frac{A}{\frac{1}{0,8}+\frac{1}{0,8}-1}\cdot 5,67\cdot 10^{-8}\cdot\left(290^4 - 280^4\right) = A\cdot 35,0\ W$$

e dunque si ha:

$$\Phi_{12}' = 35,0\ W\ m^{-2}$$

Il coefficiente a_{irr} è dunque pari a:

$$a_{irr} = \frac{35,0}{10} = 3,5\ W\ m^{-2}K^{-1}$$

Esercizio 15.11

Si supponga, sulla base dei dati dell'esercizio precedente ($\varepsilon_1=\varepsilon_2$), di inserire tra le due superficie della parete una sottile lastra di vetro (schermo S) con $\varepsilon_s=\varepsilon_1=\varepsilon_2$. Il flusso termico scambiato in condizioni di regime tra S_1 ed S è uguale al flusso termico scambiato tra S ed S_2. Si calcolino i flussi.

Risulta:

$$\Phi_{1s}=\Phi_{2s}$$

$$\frac{A}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_s}-1}\sigma\left(T_1^4-T_s^4\right)=\frac{A}{\frac{1}{\varepsilon_s}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}\sigma\left(T_s^4-T_2^4\right)$$

che fornisce:

$$T_s^4=\frac{T_1^4+T_2^4}{2}$$

Il flusso termico scambiato tra 1 e 2 è dato dunque da:

$$\Phi_{1s}=\Phi_{2s}=\frac{A}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_s}-1}\sigma\left(T_1^4-T_s^4\right)=\frac{A}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_s}-1}\sigma\left(T_1^4-\frac{T_1^4}{2}-\frac{T_2^4}{2}\right)=$$

$$=\frac{\frac{A}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_s}-1}\sigma\left(T_1^4-T_2^4\right)}{2}$$

da cui si deduce che la presenza dello schermo riduce a metà, a parità di altre condizioni, il flusso di scambio termico scambiato.

Esercizio 15.12

Si consideri una piastra verticale di area A di un corpo scaldante (altezza a=0,7 m e larghezza b=0,7 m). Si calcoli il flusso termico scambiato dalla piastra per irraggiamento e il coefficiente di irraggiamento a_{irr} (inteso come flusso termico specifico per kelvin). Si considerino i casi relativi a due differenti finiture superficiali: lastra verniciata (ε_{ve}=0,90) e lastra in alluminio lucido (ε_{all}=0,05). Si supponga che la temperatura superficiale della lastra sia a regime T_p=80 °C e che l'altra sua faccia sia termicamente isolata. Le pareti che circondano l'ambiente (da considerarsi molto grande rispetto alla piastra scaldante) abbiano tutte la stessa temperatura superficiale T_{pa}=25 °C.

La piastra scaldante rappresenta un corpo piccolo rispetto all'ambiente in cui è immersa: in casi di questo tipo si può utilizzare la relazione:

$$\dot{Q}_{12} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

Risulta:

$$T_1 = T_p + 273 = 353\ K$$

$$T_2 = T_{pa} + 273 = 298\ K$$

Il flusso termico per irraggiamento è rispettivamente nei due casi:

Lastra verniciata: $\varepsilon_1 = \varepsilon_{ve} = 0.90$

$$\dot{Q}_{12} = (0,7 \cdot 0,7) \cdot 0,9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(353^4 - 298^4\right) = 191,1\ W$$

$$a_{irr} = \frac{\Phi_{12}}{A\left(T_p - T_{pa}\right)} = \frac{191,1}{0,49 \cdot 55} = 7,1\ W\ m^{-2}K^{-1}$$

Lastra lucida: $\varepsilon_1 = \varepsilon_{all} = 0.05$

$$\dot{Q}_{12} = (0,7 \cdot 0,7) \cdot 0,05 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(353^4 - 298^4\right) = 10,6\ W$$

$$a_{irr} = \frac{\Phi_{12}}{A\left(T_p - T_{pa}\right)} = \frac{10,6}{0,49 \cdot 55} = 0,39\ W\ m^{-2}K^{-1}$$

Esercizio 15.13

Un forno cilindrico con raggi di base pari a $r_1=r_2 = 1{,}5$ m ed altezza pari a L=1,5 m, ha la superficie inferiore S_2 e quella superiore S_1 con emissività rispettivamente ε_1 e ε_2. Le superfici sono mantenute a temperatura costante $T_1 > T_2$ mentre la superficie laterale si comporta come un corpo nero alla temperatura costante $T_3<T_2$ ed emissività ε_3 ovviamente unitaria. Calcolare i fattori di vista tra le varie superfici.

Il forno può essere rappresentato come una cavità a tre superfici con le seguenti aree:

$$A_1 = A_2 = \pi r^2 = 7{,}07\ m^2$$

$$A_3 = 2\pi rh = 14{,}14\ m^2$$

Il fattore di vista dalla superficie inferiore rispetto alla superficie superiore si calcola dalla formula che compare in Fig.15.11 tenendo conto che $r_1=r_2=L$:

$$F_{12} = 0{,}38$$

la simmetria fornita dalla geometria del forno (regola di reciprocità con aree uguali) permette di porre:

$$F_{12} = F_{21} = 0{,}38$$

il fattore di vista dalla superficie inferiore a quella laterale si calcola mediante la regola della somma:

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$$

da cui si ha:

$$F_{13} = 1 - F_{11} - F_{12} = 1 - 0 - 0{,}38 = 0{,}62$$

($F_{11}=0$ perché la superficie S_1 è piana), il fattore di vista F_{31} si valuta mediante la regola di reciprocità con aree differenti:

$$A_1 F_{13} = A_3 F_{31}$$

da cui si ha:

$$F_{31} = \frac{F_{13}}{\frac{A_1}{A_3}} = \frac{0{,}62}{\frac{7{,}07}{14{,}14}} = 0{,}31$$

data la simmetria del sistema si ha infine:

$$F_{32} = F_{31} = 0{,}31$$

Con tutti i fattori di vista a disposizione, note le temperature, si possono calcolare le radiosità J_i e quindi le potenze emesse.

Esercizio 15.14

Calcolare il fattore di vista tra le differenti superfici laterali all'interno di un condotto a sezione trasversale triangolare di lunghezza molto grande (e quindi da considerarsi infinita) rispetto alle altre dimensioni del condotto stesso. Considerare anche il caso di sezione triangolare equilatera.

Siano L_1, L_2 e L_3 le lunghezze dei lati della sezione trasversale triangolare e A_1, A_2 e A_3 le aree delle superfici laterali del condotto. La quantità di radiazione emessa da qualunque delle superfici laterali uscente dalle estremità del condotto si può considerare trascurabile e il condotto viene rappresentato da una cavità limitata da 3 superfici (N=3). Vengono richiesti dunque N^2=9 fattori di vista, ma quelli da calcolare direttamente sono:

$$\frac{1}{2}N(N-1)=\frac{1}{2}3(3-1)=3$$

Le superfici laterali del condotto sono piane e dunque:

$$F_{11}=F_{22}=F_{33}=0$$

Si applichi ora la regola della somma ad ognuna delle superfici:

$$F_{11}+F_{12}+F_{13}=1$$
$$F_{21}+F_{22}+F_{23}=1$$
$$F_{31}+F_{32}+F_{33}=1$$

Si ponga in ognuna delle equazioni precedenti F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0 e, dopo aver moltiplicando la prima equazione per A_1, la seconda per A_2 e la terza per A_3, si applichi la regola della reciprocità:

$$A_1F_{12}=A_2F_{21},\ A_1F_{13}=A_3F_{31},\ A_2F_{23}=A_3F_{32}$$

In definitiva si ha il seguente sistema lineare di tre equazioni in tre incognite:

$$A_1F_{12}+A_1F_{13}=A_1$$
$$A_1F_{12}+A_2F_{23}=A_2$$
$$A_1F_{13}+A_2F_{23}=A_3$$

La cui soluzione è:

$$F_{12}=\frac{A_1+A_2-A_3}{2A_1}=\frac{L_1+L_2-L_3}{2L_1}$$
$$F_{13}=\frac{A_1+A_3-A_2}{2A_1}=\frac{L_1+L_3-L_2}{2L_1}$$
$$F_{23}=\frac{A_2+A_3-A_1}{2A_2}=\frac{L_2+L_3-L_1}{2L_2}$$

Se la sezione trasversale del condotto è costituita da un triangolo equilatero si ha:

$$F_{12}=\frac{1}{2}=0,5,\ F_{13}=\frac{1}{2}=0,5,\ F_{23}=\frac{1}{2}=0,5$$

Esercizio 15.15

Un forno con geometria cubica ha dimensioni 6mx6mx6m e le sue pareti possono essere considerate con ottima approssimazioni come superfici nere. La superficie inferiore viene mantenuta a temperatura costante T_1=900K, la superficie superiore a temperatura costante T_2=1700 K e le superfici laterali a temperatura costante T_3=600 K. Calcolare:

1. la potenza termica (il flusso) scambiata per irraggiamento tra la superficie inferiore e le superfici laterali;
2. la potenza termica (il flusso) scambiata per irraggiamento tra la superficie inferiore e quella superiore;
3. la potenza termica netta (il flusso) trasmessa dalla superficie inferiore.

Le superfici laterali (considerate come nere) si trovano alla stessa temperatura, hanno le medesime caratteristiche geometriche e fisiche e possono essere considerate come una unica struttura. Si ha dunque, indicando con 1, 2 e 3 la superficie inferiore, la superficie superiore e la superficie laterale:

Il flusso termico scambiato per irraggiamento tra superficie inferiore 1 e superficie laterale 3 si calcola con la formula (15.59):

$$\dot{Q}_{13} = A_1 \cdot F_{13} \cdot \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_3^4\right)$$

Il grafico in Fig. 15.12 permette di stimare F_{12} = 0.2 con buona approssimazione e, poiché F_{11}=0, è possibile applicare (si tratta di uno spazio chiuso), la regola della somma (15.54):

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \Rightarrow F_{13} = 1 - 0 - 0,2 = 0,8$$

da cui, sostituendo si ottiene:

1. $\dot{Q}_{13} = 36 \cdot 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(900^4 - 600^4\right) = 860\ kW$

Il flusso termico scambiato per irraggiamento tra la superficie inferiore 1 e la superficie superiore 2 si calcola come segue:

2. $\dot{Q}_{12} = A_1 \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right) = 36 \cdot 0,2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}\left(900^4 - 1700^4\right) = -3142\ kW$

Il segno negativo indica che il flusso è trasmesso dalla superficie superiore 2 alla superficie inferiore 1.

Il flusso termico netto trasmesso per irraggiamento dalla superficie inferiore 1 si calcola mediante la formula:

3. $\dot{Q}_1 = \sum_{j=1}^{3} \dot{Q}_{1j} = \dot{Q}_{11} + \dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{13} = 0 + (-3142) + 860 = -2282\ kW$

Il segno negativo indica che il flusso termico è trasmesso alla superficie inferiore 1.

capitolo 16

Esercizio 16.1

Una finestra vetrata di dimensioni 1,0 x 1,8m e spessore di 8 mm, ha una conducibilità termica λ=0,80 W m^{-1} K^{-1}. Calcolare la potenza termica in regime stazionario trasmessa attraverso la finestra e la superficie interna della finestra se la temperatura dell'ambiente interno è T_i=18 °C e quella dell'ambiente esterno è T_e=-11 °C. Calcolare inoltre la temperatura T_1 sulla superficie interna della finestra. Si assumano quali coefficienti di scambio termico sulle superfici esterna ed interna della finestra h_e=38 W m^{-2} K^{-1} e h_i=9 W m^{-2} K^{-1}, includendo in essi anche gli effetti dell'irraggiamento termico.

Si assume il regime stazionario e la geometria monodimensionale con gradiente di temperatura solo nella direzione dall'interno verso l'esterno. Nelle ipotesi date (s<<H,L), la potenza termica dispersa per conduzione attraverso la finestra si calcola mediante l'equazione di Fourier:

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R}$$

dove R rappresenta la resistenza termica globale:

$$R = R_{conv,i} + R_{cond} + R_{conv,e} = \frac{1}{h_i} + \frac{s_v}{\lambda_v} + \frac{1}{h_e} = \frac{1}{9} + \frac{0,008}{0,80} + \frac{1}{38} = 0,147\ m^2 °C\ W^{-1}$$

La potenza termica risulta:

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R} = \frac{1,8\left[18 - (-11)\right]}{0,147} = 355\ W$$

Per calcolare la temperatura della superficie interna della finestra T1si procede come segue (si è in regime stazionario):

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R} = A_v \frac{T_i - T_1}{\frac{1}{h_i}}$$

Risulta:

$$T_1 = T_i - \frac{\dot{Q}}{A_v} \cdot \frac{1}{h_i} = 18 - \frac{355}{1,8} \cdot \frac{1}{9} \approx -3,9 °C$$

Da valutare attentamente il valore negativo di temperatura sulla superficie interna, malgrado la temperatura dell'ambiente interno sia 20 °C. Ciò può causare condensa o brina sulla superficie interna quando l'umidità della stanza è elevata.

Esercizio 16.2

Con riferimento al problema precedente (16.1), ora la finestra vetrata di dimensioni 1,0 m e 1,8 m sia costruita mediante due strati di vetro di spessore s_v=4 mm [λ_v = 0,80 W m^{-1} K^{-1}], separati da un'intercapedine d'aria ferma di spessore s_{int}=10 mm [λ_{int}=0,025 W m^{-1} K^{-1}].

Calcolare la potenza termica in condizioni stazionarie attraverso la finestra e la superficie interna della finestra quando l'ambiente interno è a temperatura T_i=18 °C e l'ambiente esterno è a temperatura T_e=-11 °C. I coefficienti di scambio termico sulle superfici esterna ed interna della finestra siano h_e=38 W m^{-2} K^{-1} e h_i=9 W m^{-2} K^{-1}, includendo con essi anche gli effetti dell'irraggiamento termico.

La situazione è di regime stazionario con il gradiente di temperatura nella direzione dall'interno verso l'esterno. Nell'ipotesi fatta si ha:

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R}$$

dove R è la resistenza termica globale pari a:

$$R = R_{conv,i} + R_{cond} + R_{conv,e} = \frac{1}{h_i} + \sum_{j=1}^{3} \frac{s_v}{\lambda_v} + \frac{1}{h_e} = \frac{1}{h_i} + \frac{2s_v}{\lambda_v} + \frac{s_{int}}{\lambda_{int}} + \frac{1}{h_e} =$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{2 \cdot 0,004}{0,80} + \frac{0,01}{0,025} + \frac{1}{38} = 0,55 \ m^2 °C \ W^{-1}$$

La potenza termica risulta:

$$\dot{Q} = A_v \frac{T_i - T_e}{R} = \frac{1,8\left[18 - (-11)\right]}{0,55} = 94,9 \ W$$

risultato che corrisponde ad una maggiore resistenza termica per effetto dell'intercapedine d'aria. In realtà bisognerebbe tener conto delle correnti d'aria convettive nell'intercapedine che favoriscono lo scambio termico, con l'effetto di diminuire la resistenza globale.

Si può ricavare la temperatura T_1, come nel caso precedente:

$$T_1 = T_i - \frac{\dot{Q}}{A_v} \cdot \frac{1}{h_i} = 18 - \frac{94,4}{1,8} \cdot \frac{1}{9} \approx 12,1°C$$

che risulta molto più alta rispetto a quella del problema precedente. Il vetro doppio, oltre a evitare i fenomeni di condensa, riduce gli apporti termici dall'esterno, consentendo una riduzione dei costi per il raffrescamento.

Esercizio 16.3

Calcolare la potenza termica specifica attraverso una parete verticale multistrato dalle caratteristiche indicate in tabella e la relativa distribuzione di temperatura, dati i seguenti coefficienti di scambio termico:

- coefficiente di scambio termico interno h_i= 6 [W m^{-1} K^{-1}]
- coefficiente di scambio termico esterno h_e= 25 [W m^{-1} K^{-1}]

e le seguenti temperature interna ed esterna:

- temperatura aria interna T_i= 18 °C
- temperatura aria esterna T_e= 0 °C

Si supponga di essere in condizioni stazionarie.

Caratteristiche della parete multistrato

Materiale	**Spessore [mm]**	**Conduttività termica [$Wm^{-1}K^{-1}$]**
Intonaco di cemento e calce (strato **a**)	25	0,8
Mattoni pieni (strato **b**)	130	0,2
Intonaco di cemento (strato **c**)	25	1,5

In condizioni di regime stazionario si ha:

$$\frac{\dot{Q}}{A}=\frac{T_i-T_e}{R}$$

dove R è la resistenza termica globale allo scambio termico tra l'aria interna a temperatura Ti e l'aria esterna a temperatura T_e attraverso la parete:

$$R=R_{conv,i}+R_a+R_b+R_c+R_{conv,e}=\frac{1}{h_i}+\frac{s_a}{\lambda_a}+\frac{s_b}{\lambda_b}+\frac{s_c}{\lambda_c}+\frac{1}{h_e}=$$

$$=\frac{1}{6}+\frac{0{,}025}{0{,}80}+\frac{0{,}130}{0{,}2}+\frac{0{,}025}{1{,}50}+\frac{1}{25}=0{,}9\ m^2\,°C\ W^{-1}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A}=\frac{T_i-T_e}{R}=\frac{18-0}{0{,}9}=20\ Wm^{-2}$$

Calcolo delle temperature

- Temperatura della superficie interna $T_{s,i}$:

$$T_{s,i}=T_i-\frac{\dot{Q}}{A}\cdot R_{conv,i}=18-20\frac{1}{6}=14{,}7\ °C$$

- Temperatura T_1 tra lo strato s_ae lo strato s_b:

$$T_{s,i}=T_i-\frac{\dot{Q}}{A}\cdot\left(R_{conv,i}+R_a\right)=T_i-\frac{\dot{Q}}{A}\cdot\left(\frac{1}{h_i}+\frac{s_a}{\lambda_a}\right)=18-20\left(\frac{1}{6}+\frac{0{,}025}{0{,}8}\right)=14{,}04\ °C$$

- Temperatura T_2 tra lo strato s_be lo strato s_c:

$$T_2=T_i-\frac{\dot{Q}}{A}\cdot\left(R_{conv,i}+R_a+R_b\right)=T_i-\frac{\dot{Q}}{A}\cdot\left(\frac{1}{h_i}+\frac{s_a}{\lambda_a}+\frac{s_b}{\lambda_b}\right)=$$

$$=18-20\left(\frac{1}{6}+\frac{0{,}025}{0{,}8}+\frac{0{,}130}{0{,}2}\right)=1{,}04\ °C$$

- Temperatura della superficie esterna $T_{s,e}$:

$$T_{s,e} = T_i - \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \left(R_{conv,i} + R_a + R_b + R_c\right) = T_i - \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \left(\frac{1}{h_i} + \frac{s_a}{\lambda_a} + \frac{s_b}{\lambda_b} + \frac{s_c}{\lambda_c}\right) =$$

$$= 18 - 20\left(\frac{1}{6} + \frac{0{,}025}{0{,}8} + \frac{0{,}130}{0{,}2} + \frac{0{,}025}{1{,}5}\right) = 0{,}71\ °C$$

Quest'ultimo risultato si può verificare mediante la relazione:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_e\left(T_{s,e} - T_e\right)$$

Da cui si ottiene:

$$T_{s,e} = T_e - \frac{\dot{Q}}{A} \cdot R_e = 0 + 20 + \frac{1}{25} = 0{,}80\ °C$$

risultato prossimo al precedente a meno di centesimi di grado, derivanti da approssimazioni fatte nei calcoli.

Esercizio 16.4

Un disco cilindrico di diametro di base D=30 cm e altezza H=5 cm è sospeso orizzontalmente all'interno di un ambiente chiuso in cui aria e pareti sono alla stessa temperatura T_a=25 °C. La temperatura superficiale del disco è T_d=100 °C e la sua emissività è ε=0,6.

Il coefficiente di scambio termico liminare dischetto-ambiente è h=12 W m^{-2} K^{-1}. (In presenza di differenti modalità di scambio termico, in questo caso convezione + irraggiamento, si introduce un coefficiente globale di scambio che prende il nome di coefficiente liminare di scambio termico ed è indicato con la lettera greca α o con la lettera latina h).

Calcolare:

a) il flusso termico complessivo scambiato dal disco;

b) il flusso termico scambiato per irraggiamento;

c) il coefficiente di scambio termico convettivo dischetto-aria.

La superficie di scambio totale vale:

$$A = 2\frac{\pi D^2}{4} + \pi DH = 2\frac{\pi \cdot 0,3^2}{4} + \pi \cdot 0,3 \cdot 0,05 = 18,85 \cdot 10^{-2}\, m^2$$

Il flusso termico totale scambiato dal disco vale:

a) $\dot{Q} = hA\left(T_d - T_a\right) = 12 \cdot 18,85 \cdot 10^{-2} \cdot \left(100 - 25\right) = 169,65\ W$

Assumendo l'ipotesi che il disco possa essere considerato come un corpo piccolo immerso in una grande cavità, si può calcolare il flusso termico scambiato per irraggiamento dalla formula:

b) $\dot{Q}_{irr} = A\sigma\varepsilon\left(T_d^4 - T_a^4\right) = 18,85 \cdot 10^{-2} \cdot 0,6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}\left(373,15^4 - 298,15^4\right) = 73,6\ W$

valore che rappresenta il 43.4 % del flusso termico complessivo.

Il flusso termico scambiato per convezione viene immediatamente calcolato per differenza:

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{Q} - \dot{Q}_{irr} = 169,65 - 73,6 = 96,05\ W$$

E dalla formula di Newton:

$$\dot{Q}_{conv} = h_{conv}A\left(T_d - T_a\right)$$

si calcola il coefficiente di scambio termico convettivo :

c) $h_{conv} = \dfrac{\dot{Q}_{conv}}{A\left(T_d - T_a\right)} = \dfrac{96,05}{18,85 \cdot 10^{-2} \cdot \left(100 - 25\right)} = 6,8\ Wm^{-2}K^{-1}$

Esercizio 16.5

Una sfera il cui diametro vale D=45 cm è collocata all'interno di un un ambiente molto vasto (grande cavità); l'aria dell'ambiente è a T_a=15 °C, mentre le pareti si trovano alla temperatura T_p=20 °C. Nella sfera è collocata una resistenza elettrica di potenza termica $\dot{Q}$=150 W. La temperatura della superficie esterna della sfera venga mantenuta al valore T_s=50 °C e la sua emissività valga ε=0,7.

Calcolare:

a) i flussi termici scambiati dalla sfera per convezione e per irraggiamento;

b) i coefficienti di convezione e di irraggiamento.

La superficie di scambio totale vale:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = 0,6362\ m^2$$

Il flusso termico totale scambiato dalla sfera vale:

$$\dot{Q} = 150\ W$$

a) Assumendo l'ipotesi che la sfera possa essere considerato come un corpo piccolo immerso in una grande cavità, si può calcolare il flusso termico scambiato per irraggiamento dalla formula:

$$\dot{Q}_{irr} = A\sigma\varepsilon\left(T_{se}^4 - T_p^4\right) = 0,6362\cdot 0,7\cdot 5,67\cdot 10^{-8}\left(323^4 - 293^4\right) = 88,74\ W$$

valore che rappresenta il 59% del flusso termico complessivo.

Il flusso termico scambiato per convezione viene immediatamente calcolato per differenza:

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{Q} - \dot{Q}_{irr} = 150 - 88,74 = 61,25\ W$$

b) Il coefficiente di irraggiamento è dato da:

$$\dot{Q}_{irr} = h_r A\left(T_{es} - T_p\right) \Rightarrow h_r = \frac{\dot{Q}_{irr}}{A\left(T_{es} - T_p\right)} = \frac{88,74}{0,6362\cdot 30} = 4,64\ Wm^{-2}K^{-1}$$

Oppure da:

$$h_r = 4\sigma\varepsilon T_m^3 = 4\sigma\varepsilon\left(\frac{T_{se} + T_p}{2}\right)^3 = 4,64\ Wm^{-2}K^{-1}$$

E dalla formula di Newton:

$$\dot{Q}_{conv} = h_{conv} A\left(T_d - T_a\right)$$

si calcola il coefficiente di scambio termico convettivo :

$$h_{conv} = \frac{\dot{Q}_{conv}}{A\left(T_{es} - T_a\right)} = \frac{61,25}{0,6362\cdot\left(50 - 15\right)} = 2,75\ Wm^{-2}K^{-1}$$

Esercizio 16.6

Si riprendano i dati del problema 16.5 precedente considerando una sfera di diametro D=45 cm collocata all'interno di una grande cavità; l'aria dell'ambiente sia T_a=15 °C, le pareti si mantengano alla temperatura T_p=20 °C. All'interno della sfera sia contenuta una resistenza elettrica della potenza termica $\dot{Q}$=150 W. La temperatura della superficie esterna della sfera venga mantenuta sempre alla temperatura T_s=50 °C, ma la sua emissività ora valga ε_v=0,04 a seguito di un rivestimento con vernice riflettente.

Calcolare:

a) la riduzione percentuale del flusso termico scambiato per irraggiamento e l'aumento percentuale del flusso termico scambiato per convezione che si ottengono a seguito del rivestimento.

Assumendo l'ipotesi che la sfera possa essere considerato come un corpo piccolo immerso in una grande cavità, si può calcolare il flusso termico scambiato per irraggiamento dalla formula:

$$\dot{Q}_{irr} = A\sigma\varepsilon\left(T_{se}^4 - T_p^4\right) = 0,6362 \cdot 0,04 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}\left(323^4 - 293^4\right) = 5,1\ W$$

Il flusso termico scambiato per convezione viene calcolato, anche in questo caso, per differenza:

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{Q} - \dot{Q}_{irr} = 150 - 5,1 = 144,9\ W$$

Nel caso precedente:

$$\dot{Q}_{irr} = 88,74\ W$$

$$\dot{Q}_{conv} = 61,25\ W$$

a) Il flusso termico scambiato per irraggiamento si è ridotto del 94% mentre, a seguito del rivestimento, si è avuto un aumento del 37% flusso termico scambiato per convezione.

Esercizio 16.7

In una tubazione disposta orizzontalmente di ferro con conduttività termica λ_f=75 W m^{-1} K^{-1} entra acqua con una portata volumetrica q_{v1} = 1400 lt h^{-1}; il diametro esterno vale D_e = 60 mm, lo spessore vale s = 6 mm e la lunghezza è pari a L = 60 m. La temperatura dell'acqua all'ingresso vale T_1 = 76,5 °C ed all'uscita è pari a T_2 = 73,5 °C.

Calcolare:

a) il flusso termico scambiato dall'acqua attraverso la tubazione;

b) il coefficiente di scambio termico convettivo interno usando la correlazione di scambio termico di Dittus-Boelter:

$$Nu_D = 0,023 \cdot Re_D^{0,8} \cdot Pr^n$$

dove in caso di riscaldamento del fluido sia n = 0,4, ed in caso di raffreddamento sia n = 0,3;

Calcolare inoltre:

b) la temperatura dell'aria presente all'esterno della tubazione;

c) la conduttanza termica unitaria della tubazione riferita alla superficie esterna.

Dalle tabelle termodinamiche, si riportano le proprietà termofisiche dell'acqua alla temperatura media di 75 °C:

Fluido	**T_f** [°C]	ρ [kg/m^3]	λ [W/m·K]	μ [kg/(m·s)]	**c_p** [kJ/(kg·K)]	**Pr**
Acqua	75	975	0,6675	3,75 10^{-4}	4,946	2,36

In primo luogo va considerato che il fluido esterno (aria) è a temperatura minore di quello interno (acqua) per cui il flusso di calore va dall'interno all'esterno.

La portata massica dell'acqua all'interno della tubazione è:

$$\dot{m}_w = q_{v1} \cdot \rho = \frac{1400}{3600} \cdot 0,001 \cdot 975 = 0,38\ kg\ s^{-1}$$

Il flusso termico scambiato dall'acqua attraverso la tubazione è dato da:

a) $$\dot{Q} = \dot{m}_w c_{p,w} \left(T_{w,in} - T_{w,out}\right) = 0,38 \cdot 4194 \cdot (76,5 - 73,5) = 4772\ W$$

Per calcolare il coefficiente di scambio termico convettivo interno va ricavato in Re:

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\mu \cdot \pi D_i} = \frac{4 \cdot 0,38}{3,76 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot 0,048} = 2,68 \cdot 10^4$$

Il numero di Nusselt sarà:

$$Nu_D = 0,023 \cdot Re_D^{0,8} \cdot Pr^{0,3} = 0,023 \cdot \left(2,68 \cdot 10^4\right)^{0,8} \cdot \left(2,36\right)^{0,3} = 103,8$$

Con n=0,3 essendo il fluido in raffreddamento.

Il coefficiente di scambio termico convettivo interno sarà dunque:

b) $$h_{c,i} = \frac{Nu_D \cdot \lambda}{D} = \frac{103,8 \cdot 0,6675}{0,048} = 1443,47\ Wm^{-2}K^{-1}$$

Per determinare la temperatura dell'aria esterna la tubazione va calcolato il coefficiente di scambio termico convettivo esterno.

Per farlo va determinato il numero di Nusselt per convezione naturale su cilindro orizzontale, utilizzando la relazione:

$$Nu_D = \left\{ 0,6 + \frac{0,387 Ra^{1/6}}{\left[1 + \left(0,559 / Pr^{9/6} \right) \right]^{8/27}} \right\}^2$$

Per farlo, vanno tuttavia valutate la proprietà termofisiche dell'aria alla temperatura di film:

$$T_{film} = \frac{T_{se} + T_\infty}{2}$$

La temperatura superficiale esterna va calcolata:

$$T_{s,e} = T_i - \dot{Q} \cdot \left(R_{conv,i} + R_{cond} \right)$$

$$R'_{conv,i} = \frac{1}{h_{c,i} \cdot A_i} = \frac{1}{h_{c,i} \cdot 2\pi r_i \cdot L} = \frac{1}{1443,47 \cdot 2\pi \cdot 0,024 \cdot 60} = 7,65 \cdot 10^{-5} KW^{-1}$$

$$R_{cond} = \frac{ln\left(\frac{r_e}{r_i} \right)}{2\pi L \lambda_f} = \frac{ln\left(\frac{0,03}{0,024} \right)}{2\pi \cdot 60 \cdot 75} = 7,89 \cdot 10^{-6} KW^{-1}$$

$$T_{s,e} - T_i = 4772 \cdot \left(7,65 \cdot 10^{-5} + 7,89 \cdot 10^{-6} \right) = 0,4°C \Rightarrow T_{s,e} = 74,6°C$$

Dobbiamo ipotizzare una temperatura dell'aria esterna per poter valutare le proprietà termofisiche, supponendo T_∞=10 °C (questa supposizione prevede l'utilizzo di un approccio iterativo)

$$T_{film} = \frac{74,6 + 10}{2} = 42,3°C$$

Dalle tabelle determiniamo:

Fluido	T_f [°C]	ν [1/m²s]	λ [W/m·K]	β [1/K]	Pr
Aria	42,7	1,731 10^{-5}	0,0275	0,00317	0,705

La lunghezza caratteristica in questo caso è il diametro esterno del tubo, δ=D=0,06, il numero di Rayleigh è:

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \left(T_{se} - T_\infty \right) \delta^3}{\nu^2} Pr = 1,02 \cdot 10^6$$

Il Nusselt è dato da:

$$Nu = \left\{ 0,6 + \frac{0,387 Ra^{1/6}}{\left[1 + \left(0,559 / Pr^{9/6} \right) \right]^{8/27}} \right\}^2 = 14,6$$

Noto il valore del Nusselt si ha:

$$h_{c,e} = \frac{Nu \cdot \lambda}{D} = 6,69$$

A questo punto calcolo la temperatura dell'aria esterna e valuto se è necessario un processo iterativo:

$$R_{conv,e} = \frac{1}{h_{c,e} \cdot A_i} = \frac{1}{h_{c,e} \cdot 2\pi r_e \cdot L} = \frac{1}{6,69 \cdot 2\pi \cdot 0,03 \cdot 60} = 0,0132\ KW^{-1}$$

$$T_{\infty,e} - T_i = 4772 \cdot \left(7,65 \cdot 10^{-5} + 7,89 \cdot 10^{-6} + 0,0132 \right) = 63,5°C \Rightarrow T_{\infty,e} = 11,5°C$$

Reiterando si ottengono i seguenti valori:

$$h_{c,e} = 6,64$$

$$R_{conv,e} = 0,0133\ KW^{-1}$$

$$T_{\infty,e} = 11°C$$

La reiterazione prevede la nuova valutazione delle proprietà termofisiche dell'aria alla nuova temperatura di film.

c) $T_{\infty,e} = 11°C$

La conduttanza termica della tubazione riferita alla superficie esterna è data da:

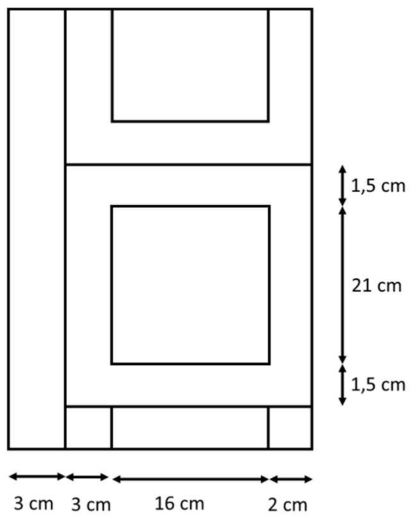
d) $U_{Ae} = \dfrac{\dot{Q}}{A_e\left(T_i - T_e\right)} = \dfrac{\dot{Q}}{\pi DL\left(T_i - T_e\right)} = \dfrac{4772}{\pi \cdot 0,06 \cdot 60 \cdot \left(75 - 11\right)} = 6,59\ Wm^{-2}K^{-1}$

Esercizio 16.8

Una parete di altezza H=3,5 m e larghezza L=6 m prevede mattoni orizzontali di conducibilità termica λ_M = 0,80 W m^{-1} K^{-1} da 16 x 21 cm in sezione trasversale, separati da strati di malta di conducibilità termica λ_m = 0,20 W m^{-1} K^{-1} da 3 cm di spessore. Vi sono anche strati di malta da 2 cm di spessore su ciascuna faccia del mattone e una schiuma rigida di conducibilità termica λ_s = 0,020 W m^{-1} K^{-1} da 3 cm di spessore sul lato interno della parete. Internamente la temperatura è T_i = 25 °C ed esternamente è T_e = -5 °C. I coefficienti di scambio termico sulle superficie esterna e su quella interna sono $h_{conv,e}$ = 30 W m^{-2} K^{-1} e $h_{conv,i}$ = 10 W m^{-2} K^{-1} rispettivamente.

Calcolare:

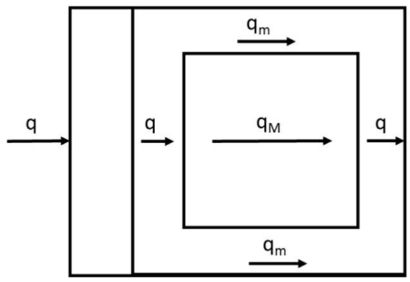
a) la potenza termica scambiata in regime stazionario attraverso la parete.



La trasmissione si può approssimativamente considerare monodimensionale dal momento che prevale lungo l'asse x (direzione dello spessore). In questa parete vi è una disposizione che si ripete ogni 24 cm nella direzione verticale, mentre in quella orizzontale non vi sono variazioni. Si considera pertanto una porzione di parete di larghezza 1 m e altezza 0,24 m, dal momento che essa è rappresentativa dell'intera parete. Si assume isoterma ogni sezione trasversale della parete normale all'asse *x*. Il flusso termico che giunge sulla superficie interna della parete:

1. attraverserà lo strato di schiuma rigida di 3 cm
2. in sequenza, attraverserà lo strato di malta di spessore 2 cm
3. quindi, si ripartirà nei diversi materiali della porzione di parete (malta 1,5 cm + mattone 21 cm+malta 1,5 cm) in funzione della resistenza termica di tali materiali
4. attraverserà in sequenza lo strato più esterno di malta di spessore 2 cm.

Calcolo della resistenza termica totale della parete



La resistenza totale della parete è data dalla somma delle resistenze dei singoli strati della porzione di parete - resistenza convettiva sulla superficie interna (scambio termico aria interna – superficie interna parete).

$$R_{conv,i}=\frac{1}{h_{conv,i}}=\frac{1}{10}=0,1\ m^2\,°CW^{-1}$$

Tenendo conto della superficie di scambio termico:

$$A=h\cdot l=0,24\cdot 1=0,24\ m^2$$

$$R'_{conv,i}=\frac{1}{h_{conv,i}A}=\frac{1}{10\cdot 0,24}=0,417\ °CW^{-1}$$

- resistenza conduttiva degli strati (serie: schiuma rigida s_1-malta- s_2-mattoni+malta sopra e sotto s_3-malta s_4).

Strato di schiuma rigida

$$R_1=\frac{s_1}{\lambda_1}=\frac{0,03}{0,020}=1,5\ m^2\,°CW^{-1}$$

$$R'_1=\frac{s_1}{A\lambda_1}=\frac{0,03}{0,24\cdot 0,020}=6,25\ °CW^{-1}$$

Strato di schiuma

$$R_2=\frac{s_2}{\lambda_m}=\frac{0,02}{0,20}=0,1\ m^2\,°CW^{-1}$$

$$R'_2=\frac{s_2}{A\lambda_m}=\frac{0,02}{0,24\cdot 0,20}=0,417\ °CW^{-1}$$

Porzione malta (h =1,5 cm) + mattone (h = 22 cm) + malta (h =1,5 cm).

La resistenza R_3 del blocco mattoni + malta sopra e sotto di spessore s_3 è legata alla resistenza termica R_M dell'area A_M dei mattoni e alla resistenza termica R_m dell'area A_m dello strato di malta sopra e sotto il mattone:

$$R_M=\frac{s_3}{\lambda_M}=\frac{0,16}{0,80}=0,2\ m^2\,°CW^{-1}$$

È la resistenza termica specifica dei mattoni.

$$A_M=h\cdot L=0,21\cdot 1=0,21\ m^2$$

È l'area di porzione di parete relativa ai mattoni in direzione ortogonale al flusso termico.

$$R_m=\frac{s_3}{\lambda_m}=\frac{0,16}{0,20}=0,80\ m^2\,°CW^{-1}$$

È la resistenza termica specifica dello strato di malta che circonda i mattoni.

$$A_m=h\cdot L=0,015\cdot 1=0,015\ m^2$$

È l'area relativa alla malta sopra e sotto ogni mattone in direzione ortogonale al flusso termico, quindi deve essere contata due volte.

Detta ΔT la differenza di temperatura tra le superfici verticali che delimitano la porzione in esame, la potenza termica che la attraversa è:

$$\dot{Q}=qA=\frac{\Delta T}{R_3^{'}}=q_mA_m+q_MA_M+q_mA_m=2A_m\frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_m}}+A_M\frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_M}}=$$

$$=\frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_mA_m}}+\frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_MA_M}}+\frac{\Delta T}{\frac{s_3}{\lambda_mA_m}}=\left(\frac{1}{\frac{s_3}{\lambda_mA_m}}+\frac{1}{\frac{s_3}{\lambda_MA_M}}+\frac{1}{\frac{s_3}{\lambda_mA_m}}\right)\Delta T=\left(\frac{1}{\frac{R_m}{A_m}}+\frac{1}{\frac{R_M}{A_M}}+\frac{1}{\frac{R_m}{A_m}}\right)\Delta T=$$

$$=\left(\frac{1}{R'_m}+\frac{1}{R'_M}+\frac{1}{R'_m}\right)\Delta T=\frac{\Delta T}{\frac{1}{\left(\frac{1}{R'_m}+\frac{1}{R'_M}+\frac{1}{R'_m}\right)}}$$

dove R'_M e R'_m [°C W^{-1}] sono le resistenze termiche non specifiche ma che tengono conto dell'area trasversale considerata rispettivamente per i mattoni (A_M) e la malta (A_m). Si ottengono dividendo le resistenze specifiche per l'area.

$$R'_M=\frac{R_M}{A_M}=\frac{0,2}{0,21}=0,95\ °CW^{-1}$$

$$R'_m=\frac{R_m}{A_m}=\frac{0,80}{0,015}=53,33\ °CW^{-1}$$

Complessivamente la porzione malta sopra-mattone-malta sotto presenta una resistenza pari a:

$$R'_3=\frac{1}{\left(\frac{1}{R'_m}+\frac{1}{R'_M}+\frac{1}{R'_m}\right)}=\frac{1}{\left(\frac{1}{53,33}+\frac{1}{0,95}+\frac{1}{53,33}\right)}=0,92\ °CW^{-1}$$

Strato di malta esterno:

$$R_4=R_2=0,1\ m^2\,°CW^{-1}$$

$$R'_4=R'_2=0,417\ °CW^{-1}$$

Resistenza convettiva sulla superficie esterna:

$$R_{conv,e}=\frac{1}{h_{conv,e}}=\frac{1}{30}=0,03\ m^2\,°CW^{-1}$$

$$R'_{conv,e}=\frac{1}{A\cdot h_{conv,e}}=\frac{1}{30\cdot 0,24}=0,14\ °CW^{-1}$$

La resistenza totale R_T della parete è:

$$R'_T=R'_{conv,i}+R'_1+R'_2+R'_3+R'_4+R'_{conv,e}=$$

$$=0,417+6,25+0,417+0,92+0,417+0,14=8,561\ °CW^{-1}$$

La potenza termica stazionaria trasmessa attraverso una superficie di area 0,24m^2 è:

$$\dot{Q}=\frac{T_i-T_e}{R'_T}=\frac{25-(-5)}{8,561}=3,5\ W$$

Il flusso termico (potenza per m^2 di superficie) è:

$$q=\frac{\dot{Q}}{A}=\frac{3,5}{0,24}=14,6\ Wm^{-2}$$

Essendo l'area totale della parete:

$$A_p=3,5\cdot 6=21\ m^2$$

La potenza termica trasmessa attraverso la parete è:

$$\dot{Q} = q \cdot A_p = 14,6 \cdot 21 = 306,6\ W$$

Esercizio 16.9

Una parete piana verticale di un ambiente interno è costituita, a partire dall'interno, da un doppio strato:

- ✓ 20 cm di mattoni (λ_m= 0,80 W m^{-1} K^{-1})
- ✓ 20 cm di calcestruzzo (λ_c = 1,5 W m^{-1} K^{-1}).

La temperatura della superficie interna è T_i = 20 °C e la temperatura della superficie esterna è T_e=3 °C.

a) calcolare il flusso termico specifico;

b) si vuole ridurre del 30% il flusso termico specifico attraverso la parete rivestendo la superficie esterna della parete mediante uno strato di materiale isolante (λ_{is}= 0,030 W m^{-1} K^{-1}); si calcoli in questo caso lo spessore di isolante necessario.

Caratteristiche della parete

Materiale	**Spessore [cm]**	**Conduttività termica [$Wm^{-1}K^{-1}$]**
Mattoni (strato 1)	20	0,8
Calcestruzzo (strato 2)	20	1,5
Isolante (strato 3)	-	0,03

In condizioni di regime stazionario si ha:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{R}$$

dove R è la resistenza termica allo scambio termico tra la superficie interna e quella esterna della parete:

$$R = R_1 + R_2 = +\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} = \frac{0,02}{0,80} + \frac{0,20}{1,5} = 0,383\ m^2{}^\circ C\ W^{-1}$$

Il flusso termico specifico è dato da:

a) $$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{R} = \frac{20-3}{0,383} = 44,35\ Wm^{-2}$$

Se si vuole ridurre del 30% il flusso termico specifico, quest'ultimo sarà pari a:

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{ridotto} = 31,04\ Wm^{-2}$$

La resistenza termica della parete sarà data da:

$$R = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{ridotto}} = \frac{20-3}{31,04} = 0,547\ m^2{}^\circ C\ W^{-1}$$

La resistenza termica introdotta dallo strato di isolante sarà:

$$R_3 = R - \left(R_1 + R_2\right) = 0,547 - 0,383 = 0,164\ m^2{}^\circ C\ W^{-1}$$

Lo spessore di isolante è dato da:

b) $$s_3 = R_3 \cdot \lambda_3 = 0,164 \cdot 0,03 = 4,92 \cdot 10^{-3} m = 4,92\ mm$$

Esercizio 16.10

Una sottile lastra piana disposta verticalmente, di larghezza L = 0.2 m e di altezza H = 0.4 m, si trova ad una temperatura costante ed uniforme T_p = 36 °C ed immersa in un fluido a temperatura costante T_f = 18 °C.

Calcolare il flusso termico scambiato per convezione tra la lastra e il fluido nei casi:

a) fluido costituito da aria;

b) fluido costituito da acqua.

Nel calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo si utilizzino le correlazioni:

$$Nu_H = 0,555 \cdot Ra_H^{1/4} \rightarrow 10 < Ra_H < 10^9$$

$$Nu_H = 0,13 \cdot Ra_H^{1/3} \rightarrow Ra_H > 10^9$$

La temperatura di film alla quale vanno determinate le proprietà termofisiche dei fluidi è:

$$T_{film} = \frac{T_s + T_\infty}{2} = \frac{18+36}{2} = 27°C$$

Dalle tabelle termodinamiche si determinano le proprietà termofisiche dei fluidi.

Fluido	**T_f[°C]**	**ν [1/m²s]**	**λ [W/m·K]**	**β[1/K]**	**Pr**
Aria	27	1,59 10^{-5}	0,0263	0,0033	0,707
Acqua	27	3,086 10^{-5}	0,6128	0,0033	5,88

Si consideri il caso a in cui il fluido è costituito da aria. Essendo disposta verticalmente la piastra la dimensione caratteristica è δ=H=0,4m.

Il numero di Rayleigh è dato da:

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_{se} - T_\infty)\delta^3}{\nu^2} Pr = 1,05 \cdot 10^8 < 10^9$$

Il numero di Nusselt è dato dunque da:

$$Nu_H = 0,555 \cdot Ra_H^{1/4} = 56,23$$

Il coefficiente di scambio termico convettivo è:

$$h_c = \frac{Nu \cdot \lambda}{H} = 3,7 \ Wm^{-2}K^{-1}$$

Il flusso termico scambiato per convezione è:

a) $\dot{Q} = A \cdot h_c \cdot \Delta T = L \cdot H \cdot h_c \cdot \Delta T = 2,66 \ W$

Si consideri il caso b in cui il fluido è costituito da acqua. Essendo disposta verticalmente la piastra la dimensione caratteristica è δ=H=0,4m.

Il numero di Rayleigh è dato da:

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_{se} - T_\infty)\delta^3}{\nu^2} Pr = 2,33 \cdot 10^8 < 10^9$$

Il numero di Nusselt è dato dunque da:

$$Nu_H = 0,555 \cdot Ra_H^{1/4} = 68,5$$

Il coefficiente di scambio termico convettivo è:

$$h_c = \frac{Nu \cdot \lambda}{H} = 105\ Wm^{-2}K^{-1}$$

Esercizio 16.11

Una parete in muratura ha spessore s =0,4 m e conducibilità pari a λ = 0,7 W m^{-1} K^{-1}. La parete separa l'ambiente interno dall'ambiente esterno che si trovano a T_i = 25 °C e T_e = 4 °C rispettivamente. Siano conosciuti i coefficienti di scambio termico sulla superficie interna e sulla superficie esterna pari a k_i = 8,0 W m^{-2} K-1 e k_e = 28 W m^{-2} K^{-1} rispettivamente.

Calcolare, in regime stazionario:

a) la trasmittanza della parete;

b) il flusso termico specifico attraverso la parete;

c) le temperature alle superfici della parete.

La resistenza termica globale allo scambio termico della parete è data da:

$$R = R_{in} + R_m + R_{es} = \frac{1}{k_i} + \frac{s_m}{\lambda_m} + \frac{1}{k_e} = \frac{1}{8} + \frac{0,4}{0,7} + \frac{1}{28} = 0,732\ m^2\,°C\ W^{-1}$$

La trasmittanza termica della parete è data da:

a) $K = \dfrac{1}{R} = 1,366\ Wm^{-2}K^{-1}$

Il flusso termico specifico attraverso la parete è dato da:

b) $q = \dfrac{\dot{Q}}{A} = K \cdot \Delta T = 28,68\ Wm^{-2}$

Le temperature delle superfici delle pareti sono date da:

c) $T_{s,i} = T_i - q \cdot R_i = 25 - 28,68 \cdot \dfrac{1}{8} = 21,41\ °C$

$$T_{s,e} = T_i - q \cdot (R_i + R_m) = 25 - 28,68 \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{0,4}{0,7} \right) = 5,026\ °C$$

Esercizio 16.12

Un frigorifero ha un involucro che ha la geometria di un parallelepipedo di dimensioni L*P*H = 0,8 x 1,0 x 1,80 m. La parete del frigorifero è formata da uno strato di schiuma espansa di spessore s_1 = 4 cm e di conducibilità termica λ_1 = 0.06 W m^{-1} K^{-1}, ricoperto a sua volta da una lamiera in acciaio di spessore s_2 =1 mm e di conducibilità termicaλ_2 = 28 W m^{-1} K^{-1}. La base del frigorifero si può considerare adiabatica. Le altre pareti hanno un coefficiente di adduzione interno k_{int} = 4 W m^{-2} K^{-1} e uno esterno k_{est} = 12 W m^{-2} K^{-1}. La temperatura esterna all'ambiente vale T_e = 18 °C e quella interna vale T_i = -20 °C. Trascurando l'effetto degli spigoli, valutare la potenza termica che è necessario asportare tramite la macchina frigorifera in condizioni di regime per compensare l'afflusso di calore attraverso le pareti stesse.

La resistenza termica globale della parete è data da:

$$R_{tot} = R_{conv,in} + R_1 + R_1 + R_{conv,es} = \frac{1}{k_i} + \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{1}{k_e} =$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{0,04}{0,06} + \frac{1 \cdot 10^{-3}}{28} + \frac{1}{12} = 1\ m^2 °C\ W^{-1}$$

Area totale involucro (esclusa la base):

$$A_{tot} = 2(P \cdot H) + 2(L \cdot H) + (P \cdot L) = 2(1,0 \cdot 1,8) + 2(0,8 \cdot 1,8) + (1,0 \cdot 0,8) = 7,28\ m^2$$

La potenza termica che è necessario asportare tramite la macchina frigorifera in condizioni di regime per compensare l'afflusso di calore attraverso le pareti è:

$$\dot{Q} = K \cdot A_{tot} \cdot \Delta T = \frac{A_{tot}}{R} \cdot \Delta T = \frac{7,28}{1} \cdot 46 = 335\ W$$

Esercizio 16.13

Una serra ha un tetto in lamiera (di dimensioni PxL = 6·x 5 m), formato da lamiera in metallo di spessore s_l = 2 mm e di conducibilità termica λ_l = 28 W m^{-1} K^{-1}. Il coefficiente di adduzione interno ha il valore h_{int} = 7 W m^{-2} K^{-1} e quello esterno il valore h_{est} = 18 W m^{-2} K^{-1}. La temperatura interna all'ambiente vale T_i= 25 °C e quella esterna vale T_e = 10 °C.

Calcolare:

a) La potenza termica scambiata attraverso il tetto,

b) Il valore dello spessore s_i di un isolante con conducibilità termica λ_i =0.03 W m^{-1} K^{-1} da porre sopra la lamiera allo scopo di ridurre del 70% la potenza termica scambiata attraverso il tetto.

La resistenza termica globale del tetto è:

$$R_{tot} = R_{conv,in} + R_l + R_{conv,es} = \frac{1}{h_i} + \frac{s_l}{\lambda_l} + \frac{1}{h_e} = \frac{1}{7} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{28} + \frac{1}{18} = 0,2\ m^2 \,{}^\circ C\ W^{-1}$$

La potenza termica scambiata attraverso il tetto è data da:

a) $\dot{Q} = \frac{A}{R_{tot}}(T_i - T_e) = \frac{P \cdot L}{R_{tot}}(T_i - T_e) = \frac{6 \cdot 5}{0,2}(25-10) = 2250\ W$

Se si vuole ridurre del 70% il flusso termico specifico, quest'ultimo sarà pari a:

$$\left(\dot{Q}\right)_{ridotto} = 675\ W$$

La resistenza termica della parete sarà data da:

$$R_{con\_iso} = \frac{P \cdot L \cdot (T_i - T_e)}{\dot{Q}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot (25-10)}{675} = 0,667\ m^2 \,{}^\circ C\ W^{-1}$$

La resistenza termica introdotta dallo strato di isolante sarà:

$$R_{iso} = R_{con\_iso} - R_{tot} = 0,667 - 0,2 = 0,467\ m^2 \,{}^\circ C\ W^{-1}$$

Lo spessore di isolante è dato da:

b) $s_{iso} = R_{iso} \cdot \lambda_{iso} = 0,467 \cdot 0,03 = 0,014\ m = 14\ mm$

Esercizio 16.14

Una parete verticale è formata da due strati di calcestruzzo di conducibilità termica λ_{cs} = 0,40 W m^{-1} K^{-1}. Tra i due strati di calcestruzzo viene interposto uno strato di isolante di conducibilità termica λ_{is} = 0,060 W m^{-1} K^{-1}; il tutto separa l'ambiente interno che si trova alla temperatura dell'aria pari a T_i = 25 °C dall'ambiente esterno alla temperatura T_e = –5 °C. Lo strato esterno di calcestruzzo ha uno spessore s_{cs1} = 15 cm, quello interno s_{cs2} = 10 cm, l'isolante ha spessore s_{is} = 6 cm. I coefficienti di adduzione hanno i valori h_{int} = 9 W m^{-2} K^{-1} e h_{est} = 30W m^{-2} K^{-1}. Si supponga di essere in regime stazionario.
Calcolare:
a) la trasmittanza termica della parete;
b) il flusso termico specifico attraverso la parete;
c) le temperature alle separazioni dei differenti strati della parete;
d) il valore della trasmittanza e del flusso termico specifico, quando al posto dell'isolante venga interposta un'intercapedine d'aria (coefficienti di adduzione interni all'intercapedine pari a 8Wm^{-2} K^{-1}.

La resistenza totale della parete vale:

$$R_{tot} = R_{conv,in} + R_{c,in} + R_{is} + R_{c,es} + R_{conv,es} =$$
$$= \frac{1}{h_i} + \frac{s_{c,in}}{\lambda_c} + \frac{s_{is}}{\lambda_{is}} + \frac{s_{c,es}}{\lambda_c} + \frac{1}{h_e} = \frac{1}{9} + \frac{0,1}{0,4} + \frac{0,06}{0,06} + \frac{0,15}{0,4} + \frac{1}{30} = 1,77\ m^2\,°C\ W^{-1}$$

La trasmittanza termica della parete è data da:

a) $K = \dfrac{1}{R} = 0,565\ Wm^{-2}K^{-1}$

Il flusso termico specifico attraverso la parete è dato da:

b) $q = \dfrac{\dot{Q}}{A} = K \cdot \Delta T = 16,95\ Wm^{-2}$

Le temperature delle superfici delle pareti sono date da:

c) $T_{s,i} = T_i - q \cdot R_i = 25 - 16,95 \cdot \dfrac{1}{9} = 23,11\ °C$

$$T_{c,in} = T_i - q \cdot \left(R_i + R_{c,in}\right) = 25 - 16,95 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{0,1}{0,4}\right) = 18,9\ °C$$

$$T_{is} = T_i - q \cdot \left(R_i + R_{c,in} + R_{is}\right) = 25 - 16,95 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{0,1}{0,4} + \frac{0,06}{0,06}\right) = 0,5\ °C$$

$$T_{s,e} = T_{c,es} = T_i - q \cdot \left(R_i + R_{c,in} + R_{is} + R_{c,es}\right) = 25 - 16,95 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{0,1}{0,4} + \frac{0,06}{0,06} + \frac{0,15}{0,4}\right) = -4,43\ °C$$

Nel caso in cui l'isolante venga sostituito dall'intercapedine d'aria:

$$R_{tot} = R_{tot} = R_{conv,in} + R_{c,in} + R_a + R_{c,es} + R_{conv,es} ==$$
$$= \frac{1}{h_i} + \frac{s_{c,in}}{\lambda_c} + \frac{1}{h_a} + \frac{s_{c,es}}{\lambda_c} + \frac{1}{h_e} = \frac{1}{9} + \frac{0,1}{0,4} + \frac{1}{8} + \frac{0,15}{0,4} + \frac{1}{30} = 0,89\ m^2\,°C\ W^{-1}$$

La trasmittanza termica della parete e il flusso termico specifico attraverso la parete sono dati da:

d) $K = \frac{1}{R} = 1{,}12\ Wm^{-2}K^{-1}$

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = K \cdot \Delta T = 33{,}54\ Wm^{-2}$$

Esercizio 16.15

Una finestra avente dimensioni: altezza H = 1,8 m e larghezza L = 1,5 m, è formata da un sottile strato di vetro. Il coefficiente di scambio termico sulla superficie esterna sia k_e = 12 W m^{-2} K^{-1} e sulla superficie interna sia k_i = 7 W m^{-2} K^{-1}. Gli effetti dell'irraggiamento solare siano valutati pari ad una potenza incidente W_i = 900 W m^{-2}, mentre coefficiente di assorbimento medio del vetro sia a_s = 0.10 e il coefficiente di trasmissione del vetro sia t_s = 0,8.

Calcolare:

a) la temperatura del vetro;

b) il flusso termico entrante all'interno dell'ambiente in un giorno in cui temperatura interna sia T_i = 26 °C e la temperatura esterna sia T_e = 30 °C.

La temperatura alla quale si porta la finestra vetrata è data da:

a) $$T_v = \frac{a_s \cdot W_i + k_e \cdot T_e + k_i \cdot T_i}{k_e + k_i} = \frac{0,1 \cdot 900 + 12 \cdot 30 + 7 \cdot 26}{12 + 7} = 33,26°C$$

Il flusso termico entrante è composto da due contributi:

$$q_{en} = q_i + W_t$$

Dove q_i è il flusso termico trasmesso per adduzione a causa della differenza di temperatura tra la superficie vetrata e l'aria interna e W_t è il flusso entrante per trasparenza del vetro.

Calcoliamo il flusso termico q_i, chiamando A la superficie della finestra vetrata, si ottiene:

$$q_i = Ak_i \left(T_v - T_i\right) = 1,8 \cdot 1,5 \cdot 7 \cdot \left(33,26 - 26\right) = 137,21\ W$$

Il flusso termico entrante per trasparenza è:

$$W_t = A \cdot W_i \cdot t_s = 1,8 \cdot 1,5 \cdot 900 \cdot 0,8 = 1944\ W$$

Pertanto il flusso totale è:

b) $$q_{en} = q_i + W_t = 136,21 + 1944 = 2081,2\ W$$

Esercizio 16.16

Un recuperatore di calore serve per pre-riscaldare una portata di 3000 kg h-1 di acqua a $T_{f,in}$=15 °C raffreddando una portata di 4500 m^3 h^{-1} di aria disponibile a $T_{c,in}$=45 °C.

Il recuperatore di calore è uno scambiatore a flussi incrociati con entrambi i flussi non miscelati, il coefficiente globale di scambio termico vale U=100 W m^{-2} K^{-1} e l'area di scambio a cui è riferito il coefficiente globale di scambio termico vale A=30 m^2.

Utilizzando il metodo efficienza/NTU calcolare:

a) le temperature di uscita dei due fluidi.

Considero i calori specifici costanti dei due fluidi e pari a:

$$c_w = 4{,}188\ kJkg^{-1}K^{-1}$$

$$c_{p,a} = 1{,}008\ kJkg^{-1}K^{-1}$$

Si assuma come densità dell'aria:

$$\rho_a = 1{,}101\ kg\ m^{-3}$$

Le capacità termiche di flusso dei due fluidi valgono:

$$C_f = \dot{m}_f c_w = 0{,}83 \cdot 4{,}188 = 3{,}476\ kW\ K^{-1}$$

$$C_c = \dot{m}_c c_a = \rho_a \dot{V}_a c_{p,a} = 1{,}101 \cdot 1{,}25 \cdot 1{,}008 = 1{,}387\ kW\ K^{-1}$$

Si calcola il parametro NTU come:

$$NTU = \frac{U \cdot A}{C_{min}} = \frac{100 \cdot 30}{1387} = 2{,}16$$

Ed il rapporto:

$$\frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{1{,}387}{3{,}476} = 0{,}4$$

Si valuti l'efficienza dello scambiatore utilizzando l'apposito grafico riportato in Fig.16.44 (correlazione per uno scambiatore a flussi incrociati con entrambi i flussi non miscelati):

$$\varepsilon = 0{,}76$$

La potenza termica scambiata è data da:

$$\dot{Q} = \varepsilon \cdot C_{min} \cdot \left(T_{ic} - T_{if}\right) = 0{,}76 \cdot 1{,}387 \cdot \left(45 - 15\right) = 31{,}6\ kW$$

Le temperature di uscita dei due fluidi derivano direttamente dall'applicazione del bilancio di energia:

a) $$T_{uc} = T_{ic} - \frac{\dot{Q}}{C_c} = 45 - \frac{31{,}6}{1{,}387} = 22{,}2°C$$

$$T_{uf} = T_{if} + \frac{\dot{Q}}{C_f} = 15 + \frac{31{,}6}{3{,}476} = 24{,}1°C$$

Esercizio 16.17

Per raffreddare una portata di 0,25 kg s^{-1} di olio (c_{olio}=2,1 kJ kg^{-1} K^{-1}) da 150 °C a 60 °C con una portata d'acqua (c_{acqua}=4,186 kJ kg^{-1} K^{-1}) di 0,4 kg s^{-1} disponibile a 15 °C si utilizza uno scambiatore a tubi concentrici in controcorrente con il tubo interno avente diametro interno pari a d_i=0,05 m. Se il coefficiente globale di scambio termico riferito alla superficie interna vale U_i=250 W m^{-2} K^{-1}, calcolare:

a) la lunghezza dello scambiatore

La potenza termica scambiata si calcola con il bilancio di energia:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{olio} \cdot \left(T_{c,in} - T_{c,out} \right) = 0,25 \cdot 2,1 \cdot \left(150 - 60 \right) = 47,25 \ kW$$

Con lo stesso bilancio di energia si calcola la temperatura di uscita del fluido freddo:

$$T_{f,out} = T_{f,in} + \frac{\dot{Q}}{\left(\dot{m}_{acqua} \cdot c_{acqua} \right)} = 15 + \frac{47,25}{\left(0,4 \cdot 4,186 \right)} = 43,21 \ °C$$

Per la disposizione in controcorrente:

$$\Delta T_{1,CC} = T_{c,in} - T_{f,out} = 150 - 43,21 = 106,79 °C$$

$$\Delta T_{2,CC} = T_{c,out} - T_{f,in} = 60 - 15 = 45 °C$$

$$\Delta T_{ML} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)} = \frac{106,79 - 45}{ln\left(\frac{106,79}{45} \right)} = 71,5 °C$$

L'area dello scambiatore è:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T_{ML} \Rightarrow A = \frac{\dot{Q}}{U \cdot \Delta T_{ML}} = \frac{47250}{250 \cdot 71,5} = 2,64 \ m^2$$

La lunghezza dello scambiatore è:

a) $L = \frac{A}{\pi d_i} = \frac{2,64}{\pi \cdot 0,05} = 16,82 \ m$

Esercizio 16.18

Una portata di acqua di 0,5 kg s^{-1} viene raffreddata da 20 °C a 5 °C in uno scambiatore a flussi incrociati con un flusso miscelato e l'altro non miscelato. Il fluido raffreddante è una salamoia che passa da -5 °C a 3 °C.

Se il coefficiente globale di scambio termico riferito alla superficie interna dei tubi vale U_i=900 W m^{-2} K^{-1}, calcolare la superficie di scambio necessaria (riferita all'interno dei tubi).

Per prima cosa si calcoli la media logaritmica delle temperature per il caso controcorrente perfetta:

$$\Delta T_{1,CC} = T_{c,in} - T_{f,out} = 20 - 3 = 17°C$$

$$\Delta T_{2,CC} = T_{c,out} - T_{f,in} = 5 - (-5) = 10°C$$

$$\Delta T_{ML,CC} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)} = \frac{17 - 10}{ln\left(\frac{17}{10}\right)} = 13,2°C$$

Si calcolino i parametri adimensionali:

$$P = \frac{T_{f,out} - T_{f,in}}{T_{c,in} - T_{f,in}} = \frac{3 - (-5)}{20 - (-5)} = 0,32$$

$$R = \frac{C_f}{C_c} = \frac{T_{c,in} - T_{c,out}}{T_{f,out} - T_{f,in}} = \frac{20 - 5}{3 - (-5)} = 1,875$$

Nel grafico di Fig.16.40 in corrispondenza di questi valori si legge F=0,93 per cui la media logaritmica delle temperature per lo scambiatore a flussi incrociati vale:

$$\Delta T_{ML} = F \cdot \Delta T_{ML,CC} = 0,93 \cdot 13,2 = 12,276°C$$

La potenza termica scambiata si calcola con il bilancio di energia:

$$\dot{Q} = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (T_{c,in} - T_{c,out}) = 0,5 \cdot 4,186 \cdot (20 - 5) = 31,4\ kW$$

L'area dello scambiatore è:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T_{ML} \Rightarrow A = \frac{\dot{Q}}{U \cdot \Delta T_{ML}} = \frac{31395}{900 \cdot 12,276} = 2,84\ m^2$$

Esercizio 16.19

In uno scambiatore a tubi concentrici con disposizione di flusso in controcorrente una portata di 2000 kg h^{-1} di acqua disponibile a $T_{c,in}$=10 °C viene riscaldata da una portata di 1500 kg h^{-1} di olio (c=2,1 kJ kg^{-1} K^{-1}) disponibile a 90 °C.

Considerando un coefficiente globale di scambio termico pari a U=1000 W m^{-2} K^{-1} e un'area di scambio di 3 m^2, calcolare:

a) la potenza termica scambiate,

b) le temperature di uscita dei due fluidi

Si utilizza il metodo ε-NTU.

Le capacità termiche di flusso dei due fluidi valgono:

$$C_f = \dot{m}_f c_w = 0,55 \cdot 4,186 = 2,325 \ kW \ K^{-1}$$

$$C_c = \dot{m}_o c_o = 0,4167 \cdot 2,1 = 0,875 \ kW \ K^{-1}$$

Si calcola il parametro NTU come:

$$NTU = \frac{U \cdot A}{C_{min}} = \frac{1000 \cdot 3}{875} = 3,43$$

Ed il rapporto:

$$\frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{0,875}{2,325} = 0,376$$

È possibile valutare l'efficienza dello scambiatore utilizzando l'apposito grafico valido per una disposizione di flusso in controcorrente (Fig.16.42) o la apposita correlazione:

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{\left[-NTU\left(1-\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\right]}}{1 - \frac{C_{min}}{C_{max}} e^{\left[-NTU\left(1-\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\right]}} = \frac{1 - e^{\left[-3,43(1-0,376)\right]}}{1 - 0,376 \cdot e^{\left[-3,43(1-0,376)\right]}} = 0,92$$

La potenza termica scambiata è data da:

a) $\dot{Q} = \varepsilon \cdot C_{min} \cdot \left(T_{ic} - T_{if}\right) = 0,92 \cdot 0,875 \cdot (90 - 10) = 64,6 \ kW$

Le temperature di uscita dei due fluidi derivano direttamente dall'applicazione del bilancio di energia:

a) $T_{uc} = T_{ic} - \frac{\dot{Q}}{C_c} = 90 - \frac{64,6}{0,875} = 16,16°C$

$$T_{uf} = T_{if} + \frac{\dot{Q}}{C_f} = 10 + \frac{64,6}{2,325} = 37,8°C$$

Esercizio 16.20

Per raffreddare una portata di 600 kg h^{-1} di liquido (c_{liq}=3,0 kJ kg^{-1} K^{-1}) a $T_{c,in}$=140 °C si impiega una portata di 2000 kg h^{-1} di acqua a $T_{f,in}$=15 °C e uno scambiatore con disposizione di flusso in equicorrente, avente coefficiente globale di scambio termico U=1000 kJ kg^{-1} K^{-1} e area di scambio A=3 m^2.

Calcolare:

a) la potenza termica scambiata,

b) le temperature di uscita dei due fluidi.

Si utilizza il metodo ε-NTU.

Le capacità termiche di flusso dei due fluidi valgono:

$$C_f = \dot{m}_f c_w = 0,55 \cdot 4,186 = 2,325 \ kW \ K^{-1}$$

$$C_c = \dot{m}_c c_c = 0,167 \cdot 3 = 0,5 \ kW \ K^{-1}$$

Si calcola il parametro NTU come:

$$NTU = \frac{U \cdot A}{C_{min}} = \frac{1000 \cdot 3}{500} = 6$$

Ed il rapporto:

$$\frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{0,5}{2,325} = 0,215$$

È possibile valutare l'efficienza dello scambiatore utilizzando l'apposito grafico valido per una disposizione di flusso in equicorrente (Fig.16.43) o la apposita correlazione:

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{\left[-NTU\left(1+\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\right]}}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}} = \frac{1 - e^{\left[-6(1+0,215)\right]}}{1 + 0,215} = 0,82$$

La potenza termica scambiata è data da:

a) $\dot{Q} = \varepsilon \cdot C_{min} \cdot \left(T_{ic} - T_{if}\right) = 0,82 \cdot 0,5 \cdot \left(140 - 15\right) = 51,25 \ kW$

Le temperature di uscita dei due fluidi derivano direttamente dall'applicazione del bilancio di energia:

b) $T_{uc} = T_{ic} - \frac{\dot{Q}}{C_c} = 140 - \frac{51,25}{0,5} = 37,5°C$

$$T_{uf} = T_{if} + \frac{\dot{Q}}{C_f} = 15 + \frac{51,25}{2,325} = 37°C$$

Esercizio 16.21

Una corrente di acqua a T_w=80 °C scorre all'interno di un tubo di rame (d_i=28 mm, d_e=31 mm) con una velocità di 1 m s^{-1}.

Se il tubo è immerso in un fluido con un coefficiente di scambio termico convettivo h_e=10000 W m^{-2} K^{-1}, calcolare:

a) il coefficiente globale di scambio termico relativo alla superficie esterna del tubo.

Le proprietà termofisiche dell'acqua a 80 °C sono:

ρ [kg/m³]	**ν [m²/s]**	**Pr**	**c [kJ/kgK]**	**λ [W/mK]**
972	$3,64\ 10^{-7}$	2,20	4,189	0,67

Per prima cosa è necessario calcolare il coefficiente di scambio termico convettivo all'interno del tubo. Per prima cosa si calcoli il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{w \cdot d_i}{\nu} = \frac{1 \cdot 0,028}{3,64 \cdot 10^{-7}} = 7,69 \cdot 10^4$$

Considerando il flusso in riscaldamento, valutiamo il Nu con l'equazione di Dittus-Boelter:

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,2} = 2,56 \cdot 10^2$$

E, da qui, il coefficiente di scambio termico convettivo interno al tubo:

$$h_i = \frac{Nu \cdot \lambda}{d_i} = 6,1 \cdot 10^3 \ Wm^{-2}K^{-1}$$

Si può ritenere trascurabile il contributo della resistenza termica conduttiva per cui, il coefficiente globale di scambio termico relativo alla superficie esterna è:

a) $$U_{Ae} = \frac{1}{\frac{r_e}{h_{c,i} \cdot r_i} + \frac{1}{h_{c,e}}} = \frac{1}{\frac{0,0155}{6,1 \cdot 10^3 \cdot 0,014} + \frac{1}{10000}} = 3,6 \cdot 10^3 \ Wm^{-2}K^{-1}$$

Esercizio 16.22

Per condensare vapore d'acqua saturo a 2 bar si utilizza una portata di 30000 kg h^{-1} di acqua di raffreddamento disponibile a 15 °C che si riscalda fino a 45 °C.

Se il coefficiente globale di scambio termico riferito alla superficie interna vale U_i=2000 W m^{-2} K^{-1}, calcolare:

a) la temperatura del vapore che condensa,

b) la portata di vapore che condensa,

c) la superficie di scambio necessaria.

La temperatura di condensazione del vapore alla pressione di 2 bar si ricava dalle tabelle termodinamiche:

a) $T_{cond} = 120{,}23°C$

La potenza termica assorbita dall'acqua di raffreddamento è:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_w \cdot \Delta T = 8{,}33 \cdot 4{,}186 \cdot 30 = 1046{,}08\ kW$$

Il calore latente di condensazione del vapore è:

$$r_{cond,v} = 2200{,}1\ kJ\ kg^{-1}$$

La portata di vapore che condensa è:

b) $\dot{m}_{cond} = \dfrac{\dot{Q}}{r_{cond,v}} = 0{,}475\ kg\ s^{-1}$

Poiché, quando si è in presenza di cambiamento di fase le due disposizioni, equicorrente e controcorrente, danno le stesse prestazioni, si è scelta ad esempio la controcorrente per valutare la differenza di temperatura media logaritmica:

$$\Delta T_{1,CC} = T_{vap} - T_{f,out} = 120{,}23 - 45 = 75{,}23°C$$

$$\Delta T_{2,CC} = T_{vap} - T_{f,in} = 120{,}23 - 15 = 105{,}23°C$$

$$\Delta T_{ML,CC} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{ln\left(\dfrac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)} = \frac{75{,}23 - 105{,}23}{ln\left(\dfrac{75{,}23}{105{,}23}\right)} = 89{,}4°C$$

La superficie di scambio necessaria vale:

c) $\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta T_{ML} \Rightarrow A = \dfrac{\dot{Q}}{U \cdot \Delta T_{ML}} = \dfrac{1046{,}08 \cdot 10^3}{2000 \cdot 89{,}4} = 5{,}85\ m^2$

Esercizio 16.23

Una aletta a spillo avente diametro D=4 mm e lunghezza L=2 cm, è costituita da un materiale avente conducibilità termica λ=200 W m^{-1} K^{-1}. L'aletta ha la base a temperatura T_0 e scambia calore con coefficiente di scambio termico convettivo h_c=20 W m^{-2} K^{-1} con un fluido a temperatura T_∞.

Calcolare:

a) la temperatura adimensionale T*(x=L/2)=[T(L/2)-T]/(T_0 - T_∞) a distanza x=L/2 dalla base nel caso in cui sia utilizzata la condizione al contorno convettiva sulla punta.

La distribuzione di temperatura su un'aletta a spillo con condizione al contorno di temperatura assegnata alla base T(x=0)=T_0 e per condizione al contorno convettiva sulla punta e data dalla relazione:

$$T(x)=T_\infty+(T_o-T_\infty)\frac{cosh\left[m(L-x)\right]+\frac{h_c}{m\lambda}senh\left[m(L-x)\right]}{cosh(mL)+\frac{h_c}{m\lambda}senh(mL)}$$

In termini adimensionali:

$$T^*(x)=\frac{T(x)-T_\infty}{(T_o-T_\infty)}=\frac{cosh\left[m(L-x)\right]+\frac{h_c}{m\lambda}senh\left[m(L-x)\right]}{cosh(mL)+\frac{h_c}{m\lambda}senh(mL)}$$

In x=L/2:

$$T^*\left(x=\frac{L}{2}\right)=\frac{T\left(x=\frac{L}{2}\right)-T_\infty}{(T_o-T_\infty)}=\frac{cosh\left[m\left(L-\frac{L}{2}\right)\right]+\frac{h_c}{m\lambda}senh\left[m\left(L-\frac{L}{2}\right)\right]}{cosh(mL)+\frac{h_c}{m\lambda}senh(mL)}=$$

$$=\frac{cosh\left(\frac{mL}{2}\right)+\frac{h_c}{m\lambda}senh\left(\frac{mL}{2}\right)}{cosh(mL)+\frac{h_c}{m\lambda}senh(mL)}$$

Con:

$$m=\sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}}}=\sqrt{\frac{4h\cancel{\pi}\cancel{D}}{\lambda\cancel{\pi}D^{\cancel{2}}}}=\sqrt{\frac{4h}{\lambda D}}=\sqrt{\frac{4\cdot 20}{200\cdot 0,004}}=10$$

$$mL=0,2$$

La temperatura adimensionalizzata è:

a) $$T^*\left(x=\frac{L}{2}\right)=\frac{cosh\left(\frac{0,2}{2}\right)+\frac{20}{10\cdot 200}senh\left(\frac{0,2}{2}\right)}{cosh(0,2)+\frac{20}{10\cdot 200}senh(0,2)}=0,9843$$

Esercizio 16.24

Ripetere il calcolo dell'esercizio precedente utilizzando la soluzione con condizione al contorno adiabatica sulla punta. Confrontando il risultato con quello ottenuto nell'esercizio precedente valutare se l'approssimazione è accettabile.

La distribuzione di temperatura su un'aletta a spillo con condizione al contorno di temperatura assegnata alla base $T(x=0)=T_0$ e per condizione al contorno adiabatica sulla punta e data dalla relazione:

$$T(x) = T_\infty + (T_o - T_\infty)\frac{cosh[m(L-x)]}{cosh(mL)}$$

In termini adimensionali:

$$T^*(x) = \frac{T(x)-T_\infty}{(T_o - T_\infty)} = \frac{cosh[m(L-x)]}{cosh(mL)}$$

In x=L/2:

$$T^*\left(x=\frac{L}{2}\right) = \frac{cosh\left(\frac{mL}{2}\right)}{cosh(mL)} = \frac{cosh\left(\frac{0,2}{2}\right)}{cosh(0,2)} = 0,985$$

Assumendo l'ipotesi di testa adiabatica si commette si ha una variazione dello 0,1% rispetto al caso di condizione al contorno convettiva. Si può ritenere accettabile l'approssimazione.

Esercizio 16.25

Ripetere il calcolo dell'esercizio (*16.23*) utilizzando la soluzione per una aletta di lunghezza infinita. Confrontando il risultato con quello ottenuto nell'esercizio 1 valutare se l'approssimazione è accettabile.

La distribuzione di temperatura su un'aletta a spillo con condizione di aletta di lunghezza è data dalla relazione:

$$T(x) = T_\infty + (T_o - T_\infty)e^{-mx}$$

In termini adimensionali:

$$T^*(x) = \frac{T(x) - T_\infty}{(T_o - T_\infty)} = e^{-mx}$$

In x=L/2:

$$T^*\left(x = \frac{L}{2}\right) = e^{-\frac{mL}{2}} = e^{-\frac{0,2}{2}} = 0,905$$

In questo caso si commette un errore nella stima dell'8%. Pertanto tale approssimazione non consente di ottenere una stima precisa della temperatura a x=L/2.

Esercizio 16.26

Ripetere i calcoli e le valutazioni degli esercizi precedenti (*16.23*, *16.24, 16.25*) nel caso in cui la lunghezza dell'aletta sia L=6 cm.

In tal caso non cambia il valore del parametro m, si ha tuttavia:

$$m=\sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}}}=\sqrt{\frac{4h\cancel{\pi}\cancel{D}}{\lambda\cancel{\pi}D^{\cancel{2}}}}=\sqrt{\frac{4h}{\lambda D}}=\sqrt{\frac{4\cdot 20}{200\cdot 0{,}004}}=10$$

$$mL=0{,}6$$

Caso con condizione al contorno convettiva alla testa:

$$T^{*}\left(x=\frac{L}{2}\right)=\frac{\cosh\left(\frac{0{,}6}{2}\right)+\frac{20}{10\cdot 200}\operatorname{senh}\left(\frac{0{,}6}{2}\right)}{\cosh(0{,}6)+\frac{20}{10\cdot 200}\operatorname{senh}(0{,}6)}=0{,}879$$

Caso con condizione al contorno di testa adiabatica:

$$T^{*}\left(x=\frac{L}{2}\right)=\frac{\cosh\left(\frac{mL}{2}\right)}{\cosh(mL)}=\frac{\cosh\left(\frac{0{,}6}{2}\right)}{\cosh(0{,}6)}=0{,}881$$

Con la condizione di aletta infinita:

$$T^{*}\left(x=\frac{L}{2}\right)=e^{-\frac{mL}{2}}=e^{-\frac{0{,}6}{2}}=0{,}741$$

Esercizio 16.27

Una aletta a sezione rettangolare costante avente le seguenti caratteristiche:

- larghezza a=4 cm
- spessore d=2 mm
- lunghezza L_{aletta}=3 cm
- conducibilità termica λ=200 W m^{-1} K^{-1}
- temperatura della base T_0=80 °C

scambia calore per convezione con un fluido alla temperatura di fluido indisturbato T_∞=20 °C con coefficiente di scambio termico convettivo h_c=30 W m^{-2} K^{-1}.

Considerando che la superficie di scambio termico tra aletta e fluido sia $A_{aletta} \approx 2a \cdot L_{aletta}$ (ovvero trascurando la dissipazione termica dai bordi laterali e dalla punta della aletta) calcolare:

a) l'efficienza dell'aletta,

b) l'efficacia della aletta,

c) la potenza termica dissipata dalla aletta, nei seguenti casi:

- Caso 1): coefficiente di scambio termico convettivo h_c=100 W m^{-2} K^{-1}
- Caso 2): coefficiente di scambio termico convettivo h_c=10 W m^{-2} K^{-1}

Come prima cosa si determina il parametro m dell'aletta:

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}}} = \sqrt{\frac{2h(a+d)}{\lambda ad}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot (0,042)}{200 \cdot 0,04 \cdot 0,002}} = 12,55$$

$$mL = 0,376$$

Per alette a sezione costante l'efficienza è data da:

a) $$\eta_{aletta} = \frac{tgh(mL)}{mL} = \frac{tgh(0,376)}{0,376} = 0,955 \Rightarrow 95,5\%$$

L'efficacia dell'aletta è data da:

b) $$\varepsilon_{aletta} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h_c A_{base}}{\lambda P}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h_c ad}{2\lambda(a+d)}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{30 \cdot 0,04 \cdot 0,002}{2 \cdot 200(0,042)}}} = 83,66$$

c) La potenza termica dissipata dall'aletta è data da:

$$\dot{Q}_{aletta} = \eta_{aletta} h_c A_{aletta} (T_0 - T_\infty)$$

Con:

$$A_{aletta} = 2(0,04 \cdot 0,03) + 2(0,002 \cdot 0,03) = 2,52 \cdot 10^{-3}\, m^2$$

- Nel caso in cui h_c=100 W m^{-2} K^{-1}:

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}}} = \sqrt{\frac{2h(a+d)}{\lambda ad}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot (0,042)}{200 \cdot 0,04 \cdot 0,002}} = 22,91$$

$$mL = 0,687$$

$$\eta_{aletta} = \frac{tgh(mL)}{mL} = \frac{tgh(0,687)}{0,687} = 0,8676$$

$$\dot{Q}_{aletta} = 0,8676 \cdot 100 \cdot 2,52 \cdot 10^{-3} \cdot (80-20) = 13,12\ W$$

- Nel caso in cui h_c=10 W m^{-2} K^{-1}:

$$m=\sqrt{\frac{hP}{\lambda A_{base}}}=\sqrt{\frac{2h\left(a+d\right)}{\lambda ad}}=\sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot\left(0,042\right)}{200\cdot 0,04\cdot 0,002}}=7,24$$

$$mL=0,217$$

$$\eta_{aletta}=\frac{tgh\left(mL\right)}{mL}=\frac{tgh\left(0,217\right)}{0,217}=0,986$$

$$\dot{Q}_{aletta}=0,986\cdot 10\cdot 2,52\cdot 10^{-3}\cdot\left(80-20\right)=1,49\ W$$

Esercizio 16.28

Una superficie rettangolare avente lati a=4 cm e b=10 cm, mantenuta alla temperatura T_0=80 °C, superficie alettata scambia calore con un fluido alla temperatura di 20 °C con coefficiente di scambio termico convettivo h_c=50 W m^{-2} K^{-1}.

Calcolare:

a) l'efficienza della superficie alettata,

b) la potenza termica dissipata.

Si consideri:

$$\eta_{aletta} = 0{,}955$$

L'efficienza della superficie alettata è data da:

$$\eta_{sup} = \frac{N\eta_{aletta}A_{aletta} + \left(A_{sup} - NA_{base}\right)}{A_{tot}}$$

Le varie superfici sono:

$$A_{sup} = 0{,}04 \cdot 0{,}1 = 4 \cdot 10^{-3}\ m^2$$

$$A_{aletta} = 2{,}52 \cdot 10^{-3}\ m^2$$

$$A_{base} = 0{,}04 \cdot 0{,}002 = 8 \cdot 10^{-5} m^2$$

$$A_{totale} = NA_{aletta} + \left(A_{sup} - NA_{base}\right) = 20 \cdot 2{,}52 \cdot 10^{-3} + \left(4 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 8 \cdot 10^{-5}\right) = 0{,}0528\ m^2$$

a) $$\eta_{sup} = \frac{N\eta_{aletta}A_{aletta} + \left(A_{sup} - NA_{base}\right)}{A_{tot}} = \frac{20 \cdot 0{,}955 \cdot 2{,}52 \cdot 10^{-3} + \left(4 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 8 \cdot 10^{-5}\right)}{0{,}0528} = 0{,}957$$

La potenza termica dissipata dalla superficie alettata vale:

b) $$\dot{Q} = \left[N\eta_{aletta}A_{aletta} + \left(A_{sup} - NA_{base}\right)\right]h_c\left(T_0 - T_\infty\right) =$$
$$= \left[20 \cdot 0{,}955 \cdot 2{,}52 \cdot 10^{-3} + \left(4 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 8 \cdot 10^{-5}\right)\right] \cdot 30 \cdot \left(80 - 20\right) = 90{,}96\ W$$

Esercizio 16.29

Un dispositivo elettronico viene raffreddato mediante convezione termica forzata con aria alla temperatura di fluido indisturbato $T_{a,\infty}$=20 °C. La superficie del dispositivo esposta al fluido è quadrata con lati a=b=5 cm.

La temperatura massima ammissibile per la superficie esterna del dispositivo elettronico è $T_{0,max}$=110 °C.

Per soddisfare tale requisito deve essere dissipata una potenza termica pari a $\dot{Q} = 5\ W$.

Allo scopo viene applicato al dispositivo un dissipatore costituito da una piastra metallica avente area uguale a quella del dispositivo e spessore della base L_0=5 mm su cui sono applicate N alette aventi ciascuna le seguenti caratteristiche geometriche:

- Larghezza a=5 cm
- Spessore d_{aletta}=3 mm
- Lunghezza L_{aletta}=2 cm
- Efficienza η_{aletta}=0,95

Il coefficiente di scambio termico convettivo è h_c=10 W m^{-2} K^{-1} e la conducibilità termica del materiale con cui sono realizzate la base del dissipatore e le alette è λ=200 W m^{-1} K^{-1}.

Calcolare:

a) il numero minimo di alette N del dissipatore.

La potenza termica dissipata è data da:

$$\dot{Q} = U_{TOT} A_{sup} \left(T_{sup,1} - T_{\infty}\right)$$

$$A_{sup} = a \cdot b = 0{,}05 \cdot 0{,}05 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\, m^2$$

$$A_{aletta} = 2\left(a \cdot L\right) + 2\left(d \cdot L\right) = 2\left(0{,}05 \cdot 0{,}02\right) + 2\left(0{,}003 \cdot 0{,}02\right) = 2{,}12 \cdot 10^{-3}\, m^2$$

$$A_{base} = a \cdot d = 0{,}05 \cdot 0{,}003 = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\, m^2$$

Si può ricavare:

$$U_{TOT} = \frac{\dot{Q}}{A_{sup}\left(T_{sup,1} - T_{\infty}\right)} = \frac{\dot{Q}}{a \cdot b \cdot \left(T_{sup,1} - T_{\infty}\right)} = \frac{5}{0{,}05 \cdot 0{,}05 \cdot \left(110 - 20\right)} = 22{,}22\ Wm^{-2}K^{-1}$$

Tuttavia:

$$U_{TOT} = \frac{1}{\dfrac{L_0}{\lambda} + \dfrac{1}{h_c \eta_{sup} \dfrac{A_{tot}}{A_{sup}}}} \Rightarrow \frac{L_0}{\lambda} + \frac{1}{h_c \eta_{sup} \dfrac{A_{tot}}{A_{sup}}} = \frac{1}{U_{TOT}} \Rightarrow \frac{1}{h_c \eta_{sup} \dfrac{A_{tot}}{A_{sup}}} = \left(\frac{1}{U_{TOT}} - \frac{L_0}{\lambda}\right)$$

$$\Rightarrow h_c \eta_{sup} \frac{A_{tot}}{A_{sup}} = \frac{1}{\left(\dfrac{1}{U_{TOT}} - \dfrac{L_0}{\lambda}\right)} \Rightarrow A_{tot} \eta_{sup} = \frac{A_{sup}}{h_c \left(\dfrac{1}{U_{TOT}} - \dfrac{L_0}{\lambda}\right)}$$

Poiché:

$$\eta_{sup} = \frac{N \eta_{aletta} A_{aletta} + \left(A_{sup} - N A_{base}\right)}{A_{tot}} \Rightarrow \eta_{sup} A_{tot} = N \eta_{aletta} A_{aletta} + \left(A_{sup} - N A_{base}\right)$$

$$N\eta_{aletta}A_{aletta}+\left(A_{sup}-NA_{base}\right)=\frac{A_{sup}}{h_c\left(\frac{1}{U_{TOT}}-\frac{L_0}{\lambda}\right)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow N\left(\eta_{aletta}A_{aletta}-A_{base}\right)=\frac{A_{sup}}{h_c\left(\frac{1}{U_{TOT}}-\frac{L_0}{\lambda}\right)}-A_{sup}$$

$$\Rightarrow N_{min}=\frac{\frac{A_{sup}}{h_c\left(\frac{1}{U_{TOT}}-\frac{L_0}{\lambda}\right)}-A_{sup}}{\left(\eta_{aletta}A_{aletta}-A_{base}\right)}=\frac{\frac{2,5\cdot 10^{-3}}{10\cdot\left(\frac{1}{22,22}-\frac{0,005}{200}\right)}-2,5\cdot 10^{-3}}{\left(0,95\cdot 2,12\cdot 10^{-3}-1,5\cdot 10^{-4}\right)}=1,64\Rightarrow N_{min}=2$$

Esercizio 16.30

Una batteria alettata è costituita da tubi di rame [λ=400 W m^{-1} K^{-1}] aventi raggio interno $r_{i,tubo}$=0,5 mm e raggio esterno $r_{e,tubo}$=0,6 mm. All'interno dei tubi scorre un fluido saturo in cambiamento di fase alla temperatura T_i=100 °C che scambia calore con la superficie interna dei tubi con coefficiente di scambio termico convettivo $h_{c,i}$=2000 W m^{-2} K^{-1}. La superficie interna totale dei tubi esposta al fluido è $A_{sup,i}$=0,1 m^2. Le alette hanno dimensioni e numero tali che la superficie totale esposta al fluido esterno, ovvero la somma tra l'area delle alette e quella non alettata dei tubi, è $A_{TOT,e}$= 4 m^2. L'efficienza della superficie alettata è η_{sup}= 0,8. La batteria alettata scambia calore con aria alla temperatura T_e=20 °C, con coefficiente di scambio termico convettivo $h_{c,e}$=20 (W m^{-2} K^{-1}).

Calcolare:

a) il coefficiente globale di scambio termico U_{TOT} della batteria alettata,

b) la potenza termica scambiata tra i due fluidi.

Si ricava la lunghezza del tubo:

$$A_{sup,i} = 2\pi r_{i,tubo} L_{tubo} \Rightarrow L_{tubo} = \frac{A_{sup,i}}{2\pi r_{i,tubo}} = \frac{0,1}{2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} = 31,83\ m$$

Il coefficiente globale di scambio termico, riferita alla superficie interna del tubo:

a) $$U_{TOT} = \frac{1}{\dfrac{1}{h_{c,i}} + \dfrac{r_{i,tubo} \ln\left(\dfrac{r_{e,tubo}}{r_{i,tubo}}\right)}{\lambda_{tubo}} + \dfrac{2\pi r_{i,tubo} L_{tubo}}{\eta_{sup} h_{c,e} A_{tot,e}}} =$$

$$= \frac{1}{\dfrac{1}{2000} + \dfrac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\dfrac{0,6 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-3}}\right)}{400} + \dfrac{0.1}{0,8 \cdot 20 \cdot 4}} = 487,8\ Wm^{-2}K^{-1}$$

La potenza termica scambiata tra i due fluidi:

b) $$\dot{Q} = U_{TOT} A_{sup,i} \left(T_{\infty,1} - T_{\infty,2}\right) = 484,8 \cdot 0,1 \cdot \left(100 - 20\right) = 3873,36\ W = 3,87\ kW$$

Esercizio 16.31

Una sonda di temperatura a termoresistenza a film sottile può essere modellizzata come una piastrina di forma parallelepipeda con larghezza a=2 cm, lunghezza b=5 cm e spessore d=2 mm. Si assumano per le sue proprietà termofisiche i seguenti valori: densità ρ=3000 kg m^{-3}, calore specifico c=800 J kg^{-1} K^{-1}, conducibilità termica λ=40 W m^{-1} K^{-1}.

La sonda, inizialmente a temperatura ambiente T_0 viene utilizzata per misurare la temperatura T_∞ di un gas caldo, con il quale scambia calore per convezione naturale, con coefficiente di scambio termico convettivo h_c=5 W m^{-2} K^{-1}.

Calcolare:

a) dopo quanto tempo la termoresistenza sarà praticamente in equilibrio termico con il fluido.

È necessario verificare se è possibile applicare con buona approssimazione il metodo a parametri concentrati, ovvero se la resistenza conduttiva è molto minore della resistenza convettiva esterna, occorre cioè verificare se:

$$B_i = \frac{h \cdot L_{caratt}}{\lambda} < 0,1$$

Poiché

$$V = a \cdot b \cdot d = 0,02 \cdot 0,05 \cdot 0,002 = 2 \cdot 10^{-6}\, m^3$$

$$A = 2(a \cdot b) + 2(d \cdot b) = 2(0,02 \cdot 0,05) + 2(0,002 \cdot 0,05) = 2,2 \cdot 10^{-3}\, m^2$$

$$L_{caratt} = \frac{V}{A} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2,2 \cdot 10^{-3}} = 9,1 \cdot 10^{-4}\, m$$

$$\Rightarrow B_i = \frac{5 \cdot 9,1 \cdot 10^{-4}}{40} = 1,13 \cdot 10^{-4} < 0,1$$

Possiamo ricavare la distribuzione di temperatura utilizzando il modello a parametri concentrati:

$$T(t) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Dove:

$$R = \frac{1}{h_c A} = \frac{1}{5 \cdot 2,2 \cdot 10^{-3}} = 90,9\ K\ W^{-1}$$

$$C = c \cdot \rho \cdot V = 800 \cdot 3000 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 4,8\ J\ K^{-1}$$

$$RC = 436,32\ s$$

La termoresistenza sarà in equilibrio termico al tempo t quando sarà esaurito il transitorio termico. Il transitorio si può ritenere esaurito dopo un tempo pari a:

a) $t = 5\tau = 5 \cdot RC = 5 \cdot 436,32 = 2161,6\ s \approx 36\ min$

Esercizio 16.32
Ripetere il calcolo dell'esercizio precedente (*16.31*) ipotizzando che lo scambio termico avvenga in convezione forzata con coefficiente di scambio termico convettivo h_c=30 W m^{-2} K^{-1}.

Anche in questo caso è necessario verificare se è possibile applicare il metodo a parametri concentrati:

$$B_i = \frac{h \cdot L_{caratt}}{\lambda} < 0,1$$

Poiché

$$\Rightarrow B_i = \frac{30 \cdot 9,1 \cdot 10^{-4}}{40} = 6,852 \cdot 10^{-4} < 0,1$$

In questo caso:

$$R = \frac{1}{h_c A} = \frac{1}{30 \cdot 2,2 \cdot 10^{-3}} = 15,15\ K\ W^{-1}$$

$$C = c \cdot \rho \cdot V = 800 \cdot 3000 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 4,8\ J\ K^{-1}$$

$$RC = 72,72\ s$$

La termoresistenza sarà in equilibrio termico al tempo t quando sarà esaurito il transitorio termico. Il transitorio si può ritenere esaurito dopo un tempo pari a:

a) $t = 5\tau = 5 \cdot RC = 5 \cdot 72,72 = 363,6\ s \approx 6\ min$

Esercizio 16.33

Una sfera d'argento avente diametro D=5 cm, densità ρ=10500 kg m^{-3}, calore specifico c=0,23 kJ kg^{-1} K^{-1}, conducibilità termica λ=420 W m^{-1} K^{-1}, inizialmente a temperatura T_0=90 °C, viene immersa in acqua a temperatura T_∞=10 °C.

Ipotizzando che l'acqua si comporti come un serbatoio termico e sapendo che il coefficiente di scambio termico convettivo è h_c=150 W m^{-2} K^{-1}, calcolare:

a) il tempo necessario per il raggiungimento dell'equilibrio termico,

b) la potenza termica scambiata all'istante iniziale del processo di raffreddamento,

c) il calore totale scambiato tra stato iniziale e stato finale.

È necessario verificare se è possibile applicare con buona approssimazione il metodo a parametri concentrati, ovvero se la resistenza conduttiva è molto minore della resistenza convettiva esterna, occorre cioè verificare se:

$$B_i = \frac{h \cdot L_{caratt}}{\lambda} < 0,1$$

Poiché

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(0,025\right)^3 = 6,54 \cdot 10^{-5}\, m^3$$

$$A = 4\pi R^2 = 4\pi\left(0,025\right)^2 = 7,85 \cdot 10^{-3}\, m^2$$

$$L_{caratt} = \frac{V}{A} = \frac{6,54 \cdot 10^{-5}}{7,85 \cdot 10^{-3}} = 8,33 \cdot 10^{-3}\, m$$

$$\Rightarrow B_i = \frac{150 \cdot 8,33 \cdot 10^{-3}}{420} = 2,975 \cdot 10^{-3} < 0,1$$

Possiamo ricavare la distribuzione di temperatura utilizzando il modello a parametri concentrati:

$$T\left(t\right) = T_\infty + \left(T_0 - T_\infty\right)e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Dove:

$$R = \frac{1}{h_c A} = \frac{1}{150 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3}} = 0,85\ K\ W^{-1}$$

$$C = c \cdot \rho \cdot V = 230 \cdot 10500 \cdot 6,54 \cdot 10^{-5} = 157,94\ J\ K^{-1}$$

$$RC = 134,25\ s$$

Il tempo necessario al raggiungimento dell'equilibrio termico:

a) $t = 5\tau = 5 \cdot RC = 5 \cdot 134,25 = 671,25\ s \approx 11,2\ min$

La potenza termica scambiata all'istante iniziale del processo di raffreddamento è:

b) $\dot{Q}\left(t\right) = h_c A\left(T_0 - T_\infty\right)e^{-\frac{h_c A}{c\rho V}t} \Rightarrow \dot{Q}\left(t=0\right) = h_c A\left(T_0 - T_\infty\right) = 150 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot \left(90 - 10\right) = 94,2\ W$

Il calore totale scambiato tra stato iniziale e un qualsiasi istante di tempo è dato da:

$$q = \int_0^{5\tau} \dot{Q}\left(t\right)dt = \int_0^{5\tau} h_c A\left(T_0 - T_\infty\right)e^{-\frac{t}{RC}}dt = h_c A\left(T_0 - T_\infty\right)\int_0^{5\tau} e^{-\frac{t}{RC}}dt = \left(T_0 - T_\infty\right)C\left[1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right]$$

Il calore totale scambiato tra stato iniziale e stato finale è:

c) $q\left(t = 5\tau\right) = \left(T_0 - T_\infty\right)C\left(1 - e^{-5}\right) = \left(90 - 10\right) \cdot 157,94 \cdot \left(1 - e^{-5}\right) = 12,55\ kJ$

Esercizio 16.34

Una barra metallica [ρ=8000 kg m^{-3}, c=0,45 kJ kg^{-1} K^{-1}, λ=50 W m^{-1} K^{-1}] ha forma parallelepipeda a sezione quadrata con lato a=10 cm e lunghezza L=4 m.

La barra si trova alla temperatura iniziale uniforme T_0=300 °C e viene fatta raffreddare con un flusso forzato di aria a temperatura T_∞=20 C con coefficiente di scambio termico convettivo h_c=20 W m^{-2} K^{-1}.

Calcolare:

a) il tempo necessario perché la temperatura della barra si porti al valore T=50 °C.

È necessario verificare se è possibile applicare con buona approssimazione il metodo a parametri concentrati, ovvero se la resistenza conduttiva è molto minore della resistenza convettiva esterna, occorre cioè verificare se:

$$B_i = \frac{h \cdot L_{caratt}}{\lambda} < 0,1$$

Poiché

$$V = a^2 \cdot L = 0,1^2 \cdot 4 = 0,04\ m^3$$

$$A = 4(a \cdot L) = 4(0,1 \cdot 1) = 0,4\ m^2$$

$$L_{caratt} = \frac{V}{A} = \frac{0,04}{0,4} = 0,1\ m$$

$$\Rightarrow B_i = \frac{20 \cdot 0,1}{50} = 0,04 < 0,1$$

Possiamo ricavare la distribuzione di temperatura utilizzando il modello a parametri concentrati:

$$T(t) = T_\infty + (T_0 - T_\infty)e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Dove:

$$R = \frac{1}{h_c A} = \frac{1}{20 \cdot 0,4} = 0,125\ K\ W^{-1}$$

$$C = c \cdot \rho \cdot V = 450 \cdot 8000 \cdot 0,04 = 144000\ J\ K^{-1}$$

$$RC = 18000\ s$$

Il tempo necessario perché la temperatura della barra si porti al valore T=50 °C è:

$$T(t_1) = 50°C$$

$$\frac{T(t_1) - T_\infty}{(T_0 - T_\infty)} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \frac{t}{RC} = -ln\frac{T(t_1) - T_\infty}{(T_0 - T_\infty)} \Rightarrow t = -RC \cdot ln\frac{T(t_1) - T_\infty}{(T_0 - T_\infty)}$$

a) $t = -18000 \cdot ln\left(\frac{50 - 300}{20 - 300}\right) = 2040\ s \approx 34\,min$

Esercizio 16.35

Una lente per uno strumento ottico ha un diametro D=5 cm e spessore d=0,5 cm. Le proprietà termofisiche del vetro sono λ=0,76 W m^{-1} K^{-1}, ρ=2700 kg m^{-3}, c=0,80 kJ kg^{-1} K^{-1}.

La lente, inizialmente alla temperatura ambiente T_0=20 °C, viene sottoposta ad un trattamento termico che deve aumentare la sua temperatura fino al valore T=300 °C. A questo scopo viene sospesa in un forno in cui scambia calore solo per convezione termica forzata con aria mantenuta alla temperatura di 400 °C.

Sapendo che il coefficiente di scambio termico è h_c=25 W m^{-2} K^{-1}, calcolare:

a) il tempo necessario per portare la temperatura della lente al valore di 300 °C.

È necessario verificare se è possibile applicare con buona approssimazione il metodo a parametri concentrati, ovvero se la resistenza conduttiva è molto minore della resistenza convettiva esterna, occorre cioè verificare se:

$$B_i = \frac{h \cdot L_{caratt}}{\lambda} < 0,1$$

Poiché

$$V = \pi \frac{D^2}{4} d = 0,05^2 \frac{\pi}{4} 0,005 = 9,82 \cdot 10^{-6} \ m^3$$

$$A = 2\pi \frac{D^2}{4} = 0,05^2 \frac{\pi}{2} = 3,93 \cdot 10^{-3} \ m^2$$

$$L_{caratt} = \frac{V}{A} = \frac{9,82 \cdot 10^{-6}}{3,93 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \cdot 10^{-3} \ m$$

$$\Rightarrow B_i = \frac{25 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{0,76} = 0,08 < 0,1$$

Possiamo ricavare la distribuzione di temperatura utilizzando il modello a parametri concentrati:

$$T(t) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Dove:

$$R = \frac{1}{h_c A} = \frac{1}{25 \cdot 3,93 \cdot 10^{-3}} = 10,18 \ K \ W^{-1}$$

$$C = c \cdot \rho \cdot V = 800 \cdot 2700 \cdot 9,82 \cdot 10^{-6} = 21,21 \ J \ K^{-1}$$

$$RC = 216 \ s$$

Il tempo necessario perché la temperatura della barra si porti al valore T=300 °C è:

$$T(t_1) = 300°C$$

$$\frac{T(t_1) - T_\infty}{(T_0 - T_\infty)} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \frac{t}{RC} = -ln \frac{T(t_1) - T_\infty}{(T_0 - T_\infty)} \Rightarrow t = -RC \cdot ln \frac{T(t_1) - T_\infty}{(T_0 - T_\infty)}$$

a) $t = -216 \cdot ln\left(\frac{300-400}{20-400}\right) = 288,36 \ s \approx 4,8 min$

Esercizio 16.36

Un pesce inizialmente a temperatura ambiente T_0=20 °C viene refrigerato mediante immersione in una miscela di acqua di mare e ghiaccio a temperatura T_∞=0 °C. Modellizzando il pesce come un cilindro avente diametro D=4 cm e lunghezza L=30 cm, assumendo per le proprietà termofisiche i valori λ=15 W m^{-1} K^{-1}, ρ=1000 kg m^{-3}, c=3,3 kJ kg^{-1} K^{-1}, e che lo scambio termico avvenga con coefficiente di scambio termico convettivo h_c=100 W m^{-2} K^{-1}, determinare il tempo necessario perché il pesce raggiunga la temperatura T=10 °C.

È necessario verificare se è possibile applicare con buona approssimazione il metodo a parametri concentrati, ovvero se la resistenza conduttiva è molto minore della resistenza convettiva esterna, occorre cioè verificare se:

$$B_i = \frac{h \cdot L_{caratt}}{\lambda} < 0,1$$

Poiché

$$V = \pi \frac{D^2}{4} L = 0,04^2 \frac{\pi}{4} 0,3 = 3,77 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

$$A = \pi DL = \pi \cdot 0,04 \cdot 0,3 = 0,0376\ m^2$$

$$L_{caratt} = \frac{V}{A} = \frac{3,77 \cdot 10^{-4}}{0,0376} = 0,01\ m$$

$$\Rightarrow B_i = \frac{100 \cdot 0,01}{15} = 0,067 < 0,1$$

Possiamo ricavare la distribuzione di temperatura utilizzando il modello a parametri concentrati:

$$T(t) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Dove:

$$R = \frac{1}{h_c A} = \frac{1}{15 \cdot 0,0376} = 1,77\ K\ W^{-1}$$

$$C = c \cdot \rho \cdot V = 3300 \cdot 1000 \cdot 3,77 \cdot 10^{-4} = 1244,1\ J\ K^{-1}$$

$$RC = 2202\ s$$

Il tempo necessario perché la temperatura della barra si porti al valore T=10 °C è:

$$T(t_1) = 10°C$$

$$\frac{T(t_1) - T_\infty}{(T_0 - T_\infty)} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \frac{t}{RC} = -ln \frac{T(t_1) - T_\infty}{(T_0 - T_\infty)} \Rightarrow t = -RC \cdot ln \frac{T(t_1) - T_\infty}{(T_0 - T_\infty)}$$

a) $t = -2202 \cdot ln\left(\frac{10-0}{20-0}\right) = 1526\ s \approx 25\, min$

capitolo 17

Esercizio 17.1

Due portate di aria atmosferica alla pressione di 101,325 kPa vengono miscelate adiabaticamente. La portata A è pari a 1000 m^3 h^{-1} e si trova nelle condizioni $T_{ba,A}$=32 °C e $T_{bu,A}$=14 °C mentre la portata B è pari a 0,7 kg s^{-1} e si trova nelle condizioni $T_{ba,B}$=20 °C e $T_{bu,B}$=10 °C.

Si determinino, attraverso l'uso del diagramma psicrometrico,

a) la temperatura di bulbo secco,

b) l'umidità relativa,

c) l'umidità specifica,

d) l'entalpia dell'aria umida nelle condizioni di miscela.

Come prima cosa occorre riportare a portate massiche le portate volumetriche, in questo caso la portata A, considerando R_{aria}=0,2897kJkg^{-1}K^{-1} si ha:

$$\dot{m}_A = \frac{p \cdot \dot{V}_A}{R \cdot T_{A_{b,a}}} = \frac{101,325 \cdot \frac{1000}{3600}}{0,2987 \cdot 305} = 0,309\ kg_{as}\ s^{-1}$$

$$\dot{m}_B = 0,7\ kg_{as}\ s^{-1}$$

Dal diagramma psicrometrico si determinano i valori di umidità relativa:

$$\varphi_A = 10\%$$

$$\varphi_B = 25\%$$

Le umidità specifiche valgono:

$$x_A = 0,622\frac{\varphi_A p_{vs,A}}{p - \varphi_A p_{vs,A}} 0,622\frac{0,1 \cdot 4,793}{101,325 - 0,1 \cdot 4,793} = 2,95 \cdot 10^{-3}\, kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

$$x_B = 0,622\frac{\varphi_B p_{vs,B}}{p - \varphi_B p_{vs,B}} = 0,622\frac{0,26 \cdot 2,337}{101,325 - 0,26 \cdot 2,337} = 3,75 \cdot 10^{-3}\, kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

E le entalpie:

$$h_A = T_{ba,A} + x_A\left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,A}\right) = 32 + 2,95 \cdot 10^{-3}\left(2500 + 1,92 \cdot 32\right) = 39,55\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_B = T_{ba,B} + x_B\left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,B}\right) = 20 + 3,75 \cdot 10^{-3}\left(2500 + 1,92 \cdot 20\right) = 29,52\ kJ\ kg^{-1}$$

A questo punto è possibile calcolare umidità specifica ed entalpia specifica all'uscita:

$$x_u = \frac{x_B + x_A \frac{\dot{m}_A}{\dot{m}_B}}{\frac{\dot{m}_A}{\dot{m}_B} + 1} = \frac{3,75 \cdot 10^{-3} + 2,95 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0,309}{0,7}}{\frac{0,309}{0,7} + 1} = 3,5 \cdot 10^{-3}\, kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

$$h_u = \frac{h_A + h_B \frac{\dot{m}_A}{\dot{m}_B}}{\frac{\dot{m}_A}{\dot{m}_B} + 1} = \frac{29,52 + 39,55 \cdot \frac{0,309}{0,7}}{\frac{0,309}{0,7} + 1} = 32,6\ kJ\ kg^{-1}$$

La temperatura di bulbo secco all'uscita è:

a) $$T_{ba,u} = \frac{h_u - x_u \cdot 2500}{1 + 1,92 \cdot x_u} = \frac{32,6 - 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2500}{1 + 1,92 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3}} = 23,7°C$$

L'umidità relativa all'uscita è:

b) $$\varphi_u = \frac{x_u p}{p_{vx,u}\left(0,622 + x_u\right)} = \frac{3,5 \cdot 10^{-3} \cdot 101,325}{3 \cdot \left(0,622 + 3,5 \cdot 10^{-3}\right)} = 0,19 \Rightarrow 19\%$$

L'umidità specifica è:

c) $x_u = 3,5 \cdot 10^{-3} \, kg_{vap} kg_{as}^{-1}$

L’entalpia in uscita è:

d) $h_u = 32,6 \ kJ \ kg^{-1}$

Esercizio 17.2

Una portata di aria umida (alla pressione di 101 kPa) di 10'000 m^3 h^{-1} alle condizioni iniziali di $T_{ba,1}$=30 °C e $T_{bu,1}$=25 °C viene dapprima raffreddata e deumidificata facendola passare attraverso una batteria fredda e poi post-riscaldata a umidità specifica costante, facendola passare su una batteria calda, fino a $T_{ba,2}$=20 °C e φ_2=50%. Calcolare:

a) la potenza frigorifera da sottrarre all'aria per ottenere il raffreddamento e la deumidificazione necessari,

b) la potenza termica da conferire all'aria nel post-riscaldamento,

c) la quantità di acqua che condensa.

Come prima cosa occorre riportare a portata massica la portata volumetria (considerando R_{aria}=0,2897kJkg^{-1}K^{-1}) si ha:

$$\dot{m} = \frac{p \cdot \dot{V}_A}{R \cdot T_{A_{b,a}}} = \frac{101 \cdot \frac{10000}{3600}}{0,2987 \cdot 303} = 3,1\ kg_{as}\ s^{-1}$$

Il trattamento subito dall'aria è un raffreddamento con deumidificazione unito ad un successivo riscaldamento sensibile.

Dal diagramma psicrometrico si determina il valore dell'umidità relativa in ingresso:

$$\varphi_1 = 65\%$$

Le umidità specifica dell'aria in ingresso è:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{0,65 \cdot 4,241}{101 - 0,65 \cdot 4,241} = 0,017\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'umidità specifica dell'aria in uscita dal trattamento di deumidificazione è la stessa che ha l'aria in uscita dal post-riscaldamento:

$$x_2 = 0,622 \frac{\varphi_2 p_{vs,2}}{p - \varphi_2 p_{vs,2}} = 0,622 \frac{0,5 \cdot 2,337}{101 - 0,5 \cdot 2,337} = 7,28 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

Prima di ricavare le entalpie è necessario trovare la temperatura dell'aria all'uscita del trattamento di raffreddamento e deumidificazione (punto 1'):

$$x_2 = x_{1'} = 0,622 \frac{p_{vs,1'}}{p - p_{vs,1'}} \Rightarrow p_{vs,1'} = \frac{x_2 \cdot p}{x_2 + 0,622} = \frac{7,28 \cdot 10^{-3} \cdot 101}{7,28 \cdot 10^{-3} + 0,622} = 1,168\ kPa$$

La temperatura a bulbo asciutto in uscita dal deumidificatore è:

$$T_{ba,1'} \approx 8,7°C$$

A questo punto si calcolano le entalpie:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,1}\right) = 30 + 0,017\left(2500 + 1,92 \cdot 30\right) = 73,48\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_{1'} = T_{ba,1'} + x_2 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,2'}\right) = 8,7 + 7,28 \cdot 10^{-3}\left(2500 + 1,92 \cdot 8,7\right) = 27,02\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_2 = T_{ba,2} + x_2 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,2}\right) = 20 + 7,28 \cdot 10^{-3}\left(2500 + 1,92 \cdot 20\right) = 38,48\ kJ\ kg^{-1}$$

La potenza frigorifera da sottrarre all'aria per ottenere il raffreddamento e la deumidificazione necessari è:

a) $\dot{Q}_{raff-deum} = \dot{m}\left(h_1 - h_{1'}\right) = 3,1 \cdot \left(73,48 - 27,02\right) = 144,03\ kW$

La potenza termica da conferire all'aria nel post-riscaldamento è:

b) $\dot{Q}_{post} = \dot{m}\left(h_2 - h_{1'}\right) = 3,1 \cdot \left(38,48 - 27,02\right) = 35,53\ kW$

La quantità di acqua che condensa è:

c) $m_{condensata} = x_1 - x_2 = 0,017 - 7,28 \cdot 10^{-3} = 9,72 \cdot 10^{-3} kg_{vap} kg_{as}^{-1}$

Esercizio 17.3

In un'ambiente in cui viene svolta attività sedentaria (produzione metabolica per unità di superficie corporea M=1 met e potenza meccanica per unità di superficie corporea nulla) nel periodo invernale si hanno i seguenti valori per le grandezze ambientali:

- temperatura dell'aria T_a=20 °C,
- temperatura media radiante T_{mr}=18 °C,
- velocità dell'aria w_a=0,1 m s^{-1},
- umidità relativa φ=50%.

Assumendo che il numero di clo di un vestiario invernale da interni sia I_{clo}=1, che il fattore del vestiario sia f_{cl}=1,3 e che i coefficienti di scambio termico convettivo e radiativo siano praticamente uguali e pari a h_r=h_c=5 W m^{-2} K^{-1}, determinare se tali condizioni termoigrometriche sono accettabili.

Il problema può essere risolto utilizzando le equazioni di Fanger del comfort termoigrometrico. Dalla Tabella 17.1, poiché viene svolta un'attività sedentaria M=1 met, ovvero M=58 Wm^{-2} e W=0.

La temperatura della pelle è:

$$T_{sk} = 35,7 - 0,0275(M - W) = 35,7 - 0,0275(58 - 0) \approx 34,1\ °C$$

L'adduttanza superficiale è:

$$h = h_c + h_r = 10\ W\ m^{-2}K^{-1}$$

La temperatura operativa è calcolabile come:

$$T_{op} \approx \left(\frac{T_a + T_r}{2}\right) = 19°C$$

La potenza termica unitaria secca sarà:

$$C_r + C_c = \frac{T_{sk} - T_{op}}{\dfrac{1}{f_{cl}h} + 0,155 \cdot I_{cl}} = \frac{34,1 - 19}{\dfrac{1}{1,3 \cdot 10} + 0,155 \cdot 1} = 65,11\ Wm^{-2}$$

La potenza termica unitaria dissipata per sudorazione è data da:

$$E_{sw} = 0,42\left[(M - W) - 58,2\right] = 0,42\left[(58 - 0) - 58,2\right] = -0,084\ Wm^{-2}$$

La potenza termica dissipata per diffusione del vapore acque attraverso la pelle è data da:

$$E_d = 3,05 \cdot 10^{-3}\left(256 \cdot T_{sk} - 3373 - \varphi \cdot p_{as}\right) =$$

$$= 3,05 \cdot 10^{-3}\left(256 \cdot 34,1 - 3373 - 0,5 \cdot 2218,6\right) = 12,96\ Wm^{-2}$$

Infine la potenza termica unitaria scambiata per ventilazione è:

$$E_{ve} + C_{ve} = M\left(0,1 - 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot \varphi \cdot p_{as}\right) + 0,0014 \cdot M \cdot \left(34 - T_a\right) =$$

$$= 58 \cdot \left(0,1 - 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5 \cdot 2218,6\right) + 0,0014 \cdot 58 \cdot \left(34 - 20\right) =$$

$$= 5,84\ Wm^{-2}$$

Sommando tutti i termini di scambio termico si ha che la potenza termica dissipata totale è:

$$C_r + C_c + E_{sw} + E_d + E_{ve} + C_{ve} = 65,11 - 0,084 + 12,96 + 5,84 \approx 84$$

Esercizio 17.4

Nello stesso ambiente dell'esercizio precedente (17.3), in condizioni estive, si hanno i seguenti valori delle condizioni ambientali:

- temperatura dell'aria T_a=22 °C,
- temperatura media radiante T_{mr}=24 °C,
- velocità dell'aria w_a=0,1 m s-,
- umidità relativa φ=50%.

Assumendo I_{clo}=0,5, f_{cl}=1,1 e h_r=h_c=5 W m^{-2} K^{-1}, determinare se tali condizioni sono accettabili.

Il problema può essere risolto utilizzando le equazioni di Fanger del comfort termoigrometrico. Dalla Tabella 17.1, poiché viene svolta un'attività sedentaria M=1 met, ovvero M=58 Wm^{-2} e W=0.

La temperatura della pelle è:

$$T_{sk} = 35,7 - 0,0275(M - W) = 35,7 - 0,0275(58 - 0) \approx 34,1\ °C$$

L'adduttanza superficiale è:

$$h = h_c + h_r = 10\ W\ m^{-2}K^{-1}$$

La temperatura operativa è calcolabile come:

$$T_{op} \approx \left(\frac{T_a + T_r}{2}\right) = 23°C$$

La potenza termica unitaria secca sarà:

$$C_r + C_c = \frac{T_{sk} - T_{op}}{\dfrac{1}{f_{cl}h} + 0,155 \cdot I_{cl}} = \frac{34,1 - 23}{\dfrac{1}{1,1 \cdot 10} + 0,155 \cdot 0,5} = 65,91\ Wm^{-2}$$

La potenza termica unitaria dissipata per sudorazione è data da:

$$E_{sw} = 0,42\left[(M - W) - 58,2\right] = 0,42\left[(58 - 0) - 58,2\right] = -0,084\ Wm^{-2}$$

La potenza termica dissipata per diffusione del vapore acque attraverso la pelle è data da:

$$E_d = 3,05 \cdot 10^{-3}\left(256 \cdot T_{sk} - 3373 - \varphi \cdot p_{as}\right) =$$
$$= 3,05 \cdot 10^{-3}\left(256 \cdot 34,1 - 3373 - 0,5 \cdot 2834,4\right) = 12\ Wm^{-2}$$

Infine la potenza termica unitaria scambiata per ventilazione è:

$$E_{ve} + C_{ve} = M\left(0,1 - 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot \varphi \cdot p_{as}\right) + 0,0014 \cdot M \cdot \left(34 - T_a\right) =$$
$$= 58 \cdot \left(0,1 - 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5 \cdot 2834,4\right) + 0,0014 \cdot 58 \cdot \left(34 - 23\right) =$$
$$= 5,3\ Wm^{-2}$$

Sommando tutti i termini di scambio termico si ha che la potenza termica dissipata totale è:

$$C_r + C_c + E_{sw} + E_d + E_{ve} + C_{ve} = 65,91 - 0,084 + 12 + 5,3 \approx 83$$

Esercizio 17.5

Nello stesso ambiente dell'esercizio precedente (17.4), in condizioni estive, si hanno i seguenti valori delle condizioni ambientali:

- temperatura dell'aria T_a=30 °C,
- temperatura media radiante T_{mr}=30 °C,
- velocità dell'aria w_a=0,1 m s^{-1},
- umidità relativa φ=50%.

Assumendo I_{clo}=0,5, f_{cl}=1,1 e h_r=h_c=5 W m^{-2} K^{-1}, determinare se tali condizioni sono accettabili.

Il problema può essere risolto utilizzando le equazioni di Fanger del comfort termoigrometrico. Dalla Tabella 17.1, poiché viene svolta un'attività sedentaria M=1 met, ovvero M=58 Wm^{-2} e W=0.

La temperatura della pelle è:

$$T_{sk} = 35,7 - 0,0275(M - W) = 35,7 - 0,0275(58 - 0) \approx 34,1\ °C$$

L'adduttanza superficiale è:

$$h = h_c + h_r = 10\ W\ m^{-2} K^{-1}$$

La temperatura operativa è calcolabile come:

$$T_{op} \approx \left(\frac{T_a + T_r}{2} \right) = 30°C$$

La potenza termica unitaria secca sarà:

$$C_r + C_c = \frac{T_{sk} - T_{op}}{\frac{1}{f_{cl} h} + 0,155 \cdot I_{cl}} = \frac{34,1 - 30}{\frac{1}{1,1 \cdot 10} + 0,155 \cdot 0,5} = 24,345\ Wm^{-2}$$

La potenza termica unitaria dissipata per sudorazione è data da:

$$E_{sw} = 0,42\left[(M - W) - 58,2\right] = 0,42\left[(58 - 0) - 58,2\right] = -0,084\ Wm^{-2}$$

La potenza termica dissipata per diffusione del vapore acque attraverso la pelle è data da:

$$E_d = 3,05 \cdot 10^{-3}\left(256 \cdot T_{sk} - 3373 - \varphi \cdot p_{as}\right) =$$

$$= 3,05 \cdot 10^{-3}\left(256 \cdot 34,1 - 3373 - 0,5 \cdot 4241\right) = 9,9\ Wm^{-2}$$

Infine la potenza termica unitaria scambiata per ventilazione è:

$$E_{ve} + C_{ve} = M\left(0,1 - 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot \varphi \cdot p_{as}\right) + 0,0014 \cdot M \cdot \left(34 - T_a\right) =$$

$$= 58 \cdot \left(0,1 - 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5 \cdot 4241\right) + 0,0014 \cdot 58 \cdot \left(34 - 30\right) =$$

$$= 4\ Wm^{-2}$$

Sommando tutti i termini di scambio termico si ha che la potenza termica dissipata totale è:

$$C_r + C_c + E_{sw} + E_d + E_{ve} + C_{ve} = 24,345 - 0,084 + 9,9 + 4 \approx 37,16$$

Esercizio 17.6

Un umidificatore a vapore introduce in una portata di 2000 $m^3\ h^{-1}$ di aria umida alle condizioni iniziali $T_{ba,1}$=15 °C, φ_1=20% e p_1=100 kPa una portata di 0,005 kg s^{-1} di vapore saturo a 100 kPa. Calcolare

a) la temperatura di bulbo secco,

b) l'umidità relativa dell'aria all'uscita dall'umidificatore.

Come prima cosa occorre riportare a portata massica la portata volumetria (considerando R_{aria}=0,2897kJkg^{-1}K^{-1}) si ha:

$$\dot{m} = \frac{p \cdot \dot{V}_A}{R \cdot T_{A_{b,a}}} = \frac{100 \cdot \frac{2000}{3600}}{0,2987 \cdot 288} = 0,646\ kg_{as}\ s^{-1}$$

L' umidità specifica dell'aria in ingresso è:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{0,20 \cdot 1,745}{100 - 0,2 \cdot 1,745} = 2,18 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'entalpia dell'aria in ingresso è:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,1}\right) = 15 + 2,18 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1,92 \cdot 15\right) = 20,51\ kJ\ kg^{-1}$$

Alla pressione di 100kPa la temperatura del vapore immesso è T_{vap}=99,63 °C, l'entalpia del vapore in ammissione è:

$$h_{vap} = 2500 + 1,92 \cdot T_{vap} = 2500 + 1,92 \cdot 99,63 = 2691,3\ kJ\ kg^{-1}$$

L'immissione di vapor acqueo nella portata di aria umida comporta che l'umidità specifica all'uscita diventi pari a:

$$x_u = \frac{x_1 \cdot \dot{m}_{as} + \dot{m}_{vap}}{\dot{m}_{as}} = \frac{2,18 \cdot 10^{-3} \cdot 0,646 + 0,005}{0,646} = 9,92 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

A cui corrisponde un'entalpia pari a:

$$h_u = \frac{h_1 \cdot \dot{m}_{as} + h_{vap} \cdot \dot{m}_{vap}}{\dot{m}_{as}} = \frac{20,51 \cdot 0,646 + 2691,3 \cdot 0,005}{0,646} = 41,3\ kJ\ kg^{-1}$$

La temperatura di bulbo secco all'uscita è:

a) $$T_{ba,u} = \frac{h_u - x_u \cdot 2500}{1 + 1,92 \cdot x_u} = \frac{41,3 - 9,92 \cdot 10^{-3} \cdot 2500}{1 + 1,92 \cdot 9,92 \cdot 10^{-3}} = 16,2°C$$

L'umidità relativa all'uscita è:

b) $$\varphi_u = \frac{x_u p}{p_{vx,u}\left(0,622 + x_u\right)} = \frac{9,92 \cdot 10^{-3} \cdot 100}{1,89 \cdot \left(0,622 + 9,92 \cdot 10^{-3}\right)} = 0,83 \Rightarrow 83\%$$

Esercizio 17.7

L'aria umida in un locale di 20 m^2 in pianta e altezza 3 m è alle condizioni di T_{ba}=20 °C, φ=60% e p=101,325 kPa.

Calcolare:

a) l'umidità specifica,

b) le pressioni parziali dell'aria secca e del vapore,

c) le masse di aria secca e di vapore.

L' umidità specifica dell'aria è:

a) $$x = 0{,}622\frac{\varphi p_{vs}}{p-\varphi p_{vs}} = 0{,}622\frac{0{,}60\cdot 2{,}337}{101{,}325-0{,}6\cdot 2{,}337} = 8{,}73\cdot 10^{-3}\ kg_{vap}kg_{as}^{-1}$$

La pressione parziale del vapore e dell'aria secca sono:

b) $$p_v = \varphi\cdot p_{vs} = 0{,}60\cdot 2{,}337 = 1{,}4\ kPa$$

$$p_{as} = p - p_v = 101{,}325 - 1{,}4 = 99{,}92\ kPa$$

Il volume del locale è :

$$V = 20\cdot 3 = 60\ m^3$$

Le masse di aria secca e di vapore contenute nel locale sono:

c) $$m_{as} = \frac{p\cdot V}{R\cdot T_{as}} = \frac{101{,}325\cdot 60}{0{,}2987\cdot 293} = 69{,}46\ kg_{as}$$

$$m_v = x\cdot m_{as} = 8{,}73\cdot 10^{-3}\cdot 69{,}46 = 0{,}6\ kg_{vap}$$

Esercizio 17.8

Aria atmosferica a $T_{ba,1}$=30 °C, $T_{bu,1}$=25 °C e p_1=101 kPa entra in un condizionatore d'aria da cui esce in condizioni di saturazione a T_2=14 °C.

Se la portata d'aria che entra nel condensatore è pari a 600 m^3 h^{-1}, calcolare:

a) la temperatura di rugiada dell'aria all'ingresso nel condizionatore,
b) l'umidità rimossa nell'unità di tempo
c) la potenza termica asportata dal condizionatore all'aria umida, divisa nelle componenti sensibile e latente.

Come prima cosa occorre riportare a portata massica la portata volumetria (considerando R_{aria}=0,2897kJkg^{-1}K^{-1}) si ha:

$$\dot{m} = \frac{p \cdot \dot{V}_A}{R \cdot T_{A_{b,a}}} = \frac{101 \cdot \frac{600}{3600}}{0,2987 \cdot 303} = 0,186\ kg_{as}\ s^{-1}$$

Dal diagramma psicrometrico si determina il valore dell'umidità relativa in ingresso:

$$\varphi_1 = 65\%$$

Le umidità specifica dell'aria in ingresso è:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{0,65 \cdot 4,241}{101 - 0,65 \cdot 4,241} = 0,017\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'aria nelle condizioni in ingresso ha temperatura di rugiada pari a:

$$x_1 = x_{sat} = 0,622 \frac{1 \cdot p_{vs}}{p - 1 \cdot p_{vs,1}} \Rightarrow p_{vs} = \frac{x_1 \cdot p}{0,622 + x_1} = 2,687\ kPa \Rightarrow 22,11°C$$

a) $T_{R,in} = 22,11°C$

L'umidità specifica dell'aria in uscita dal trattamento di deumidificazione è:

$$x_2 = 0,622 \frac{1 \cdot p_{vs,2}}{p - 1 \cdot p_{vs,2}} = 0,622 \frac{1 \cdot 1,651}{101 - 1 \cdot 1,651} = 0,01\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'umidità rimossa nell'unità di tempo è:

b) $\dot{m}_{rim} = \dot{m}_{as}\left(x_1 - x_2\right) = 0,186 \cdot \left(0,017 - 0,01\right) = 1,302 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} s^{-1}$

A questo punto si calcolano le entalpie:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1\left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,1}\right) = 30 + 0,017\left(2500 + 1,92 \cdot 30\right) = 73,48\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_2 = T_{ba,2} + x_2\left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,2}\right) = 14 + 0,01\left(2500 + 1,92 \cdot 14\right) = 39,27\ kJ\ kg^{-1}$$

Per determinare le quote sensibile e latente va determinato il punto A. Il punto (A) è caratterizzato dalla temperatura del punto (1) e dall'umidità specifica del punto (2). La sua entalpia vale:

$$h_A = T_{ba,1} + x_2\left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,1}\right) = 30 + 0,01\left(2500 + 1,92 \cdot 30\right) = 55,32\ kJ\ kg^{-1}$$

Le potenze termiche sensibili e latenti valgono:

c) $\left|\dot{Q}_{latente}\right| = \dot{m}_{as}\left(h_1 - h_A\right) = 0,186\left(73,48 - 55,32\right) = 3,38\ kW$

$\left|\dot{Q}_{sensibile}\right| = \dot{m}_{as}\left(h_A - h_2\right) = 0,186\left(55,32 - 39,27\right) = 3\ kW$

Esercizio 17.9
Aria umida alla pressione di 101kPa e alla temperatura di bulbo asciutto di 30 °C deve essere umidificata fino ad una umidità specifica di 10 g kg_{as}^{-1}.
Calcolare a quale temperatura deve essere portata l'aria per ottenere un simile valore di umidità specifica.

L'umidità specifica dell'aria in uscita dal trattamento di deumidificazione è:

$$x_{out} = 0,622 \frac{1 \cdot p_{vs}}{p - 1 \cdot p_{vs,1}} = 0,01\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

Supponendo che l'aria esca in condizioni di saturazione dal trattamento:

$$p_{vs} = \frac{x_{out} \cdot p}{0,622 + x_{out}} = 1,6\ kPa \Rightarrow T_{out} \approx 14°C$$

Esercizio 17.10

Aria umida entra in un compressore alle condizioni $T_{ba,1}$=30 °C, φ_1=60% e p_1=101 kPa e viene compressa fino a 400 kPa prima di entrare in uno scambiatore che provvede alla refrigerazione intermedia.

Calcolare la minima temperatura a cui l'aria può essere portata nello scambiatore per evitare la condensazione dell'umidità presente.

Dalle tabelle si ricava la pressione di saturazione dell'acqua a 30 °C:

$$p_{sat} = 4,241\ kPa$$

La pressione di vapore è data da:

$$p_{vap} = \varphi \cdot p_{sat} = 0,6 \cdot 4,241 = 2,5446\ kPa$$

L'umidità specifica è:

$$x = 0,622 \frac{p_{vap}}{p - p_{vap}} = 0,622 \frac{2,5446}{101 - 2,5446} = 0,016\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

Ricavo la pressione parziale del vapore a 3 bar:

$$p_{vap} = \frac{x}{(0,622 + x)} \cdot p = \frac{0,016}{(0,622 + 0,016)} \cdot 400 = 10\ kPa = 0,1\ bar$$

La temperatura minima a cui può essere portata l'aria senza che si manifesti condensazione del vapore acqueo è :

$$T_{min} = 45,84°C$$

Esercizio 17.11
In un negozio vengono mantenute in inverno condizioni termoigrometriche tali che un individuo che indossa un tipico vestiario invernale da interni dissipa una potenza per unità di superficie $M^*=90\ W\ m^{-2}$.
Valutare se un commesso che lavora nel negozio si trova in condizioni di comfort termoigrometrico assumendo che il suo rendimento meccanico possa essere ritenuto trascurabile ($\eta \approx 0$).

Supponendo che un commesso eserciti un’attività media in piedi, la sua potenza unitaria metabolica può essere assunta (Tabella 17.1) pari a 2 met=116 Wm^{-2}.
Ciò significa che il commesso produce, con il suo metabolismo, più potenza di quella che effettivamente dissipa con la sua attività. Pertanto la sua energia interna , e quindi la sua temperatura corporea interna tendono ad aumentare. In queste condizioni, il commesso percepirà una condizione di caldo.

Esercizio 17.12

Due portate di aria umida (alla pressione di 101 kPa) vengono dapprima miscelate adiabaticamente e poi riscaldate a umidità specifica costante. Le due portate da miscelare sono, rispettivamente, di 5'000 m^3 h^{-1} a $T_{ba,1}$=0 °C $T_{bu,1}$=-2 °C e di 15'000 m^3 h^{-1} a $T_{ba,2}$=20 °C e $T_{bu,2}$=15 °C e la temperatura che si vuole raggiungere con il riscaldamento è $T_{ba,3}$=40 °C.
Calcolare:
a) la potenza termica da fornire.

Come prima cosa occorre riportare a portate massiche le portate volumetriche, in questo caso la portata A, considerando R_{aria}=0,2897kJkg^{-1}K^{-1} si ha:

$$\dot{m}_1 = \frac{p \cdot \dot{V}_1}{R \cdot T_1} = \frac{101 \cdot \frac{5000}{3600}}{0,2987 \cdot 273} = 1,72 \ kg_{as} \ s^{-1}$$

$$\dot{m}_2 = \frac{p \cdot \dot{V}_2}{R \cdot T_2} = \frac{101 \cdot \frac{15000}{3600}}{0,2987 \cdot 293} = 4,81 \ kg_{as} \ s^{-1}$$

Dal diagramma psicrometrico si determinano i valori di umidità relativa:

$$\varphi_1 = 60\%$$

$$\varphi_2 = 60\%$$

Le umidità specifiche valgono:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{0,6 \cdot 0,6112}{101 - 0,6 \cdot 0,6112} = 2,27 \cdot 10^{-3} \, kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

$$x_2 = 0,622 \frac{\varphi_2 p_{vs,2}}{p - \varphi_2 p_{vs,2}} = 0,622 \frac{0,6 \cdot 2,337}{101 - 0,6 \cdot 2,337} = 8,76 \cdot 10^{-3} \, kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

E le entalpie:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,1}\right) = 0 + 2,27 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1,92 \cdot 0\right) = 5,675 \ kJ \ kg^{-1}$$

$$h_2 = T_{ba,2} + x_2 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,2}\right) = 20 + 8,76 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1,92 \cdot 20\right) = 42,24 \ kJ \ kg^{-1}$$

A questo punto è possibile calcolare umidità specifica ed entalpia specifica all'uscita:

$$x_u = \frac{x_2 + x_1 \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2}}{\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_1} + 1} = \frac{8,76 \cdot 10^{-3} + 2,27 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1,72}{4,18}}{\frac{1,72}{4,18} + 1} = 6,88 \cdot 10^{-3} \, kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

$$h_u = \frac{h_2 + h_1 \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2}}{\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2} + 1} = \frac{42,24 + 5,675 \cdot \frac{1,72}{4,18}}{\frac{1,72}{4,18} + 1} = 31,6 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'entalpia dell'aria all'uscita dal riscaldamento è:

$$h_3 = T_{ba,3} + x_u \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,3}\right) = 40 + 6,88 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1,92 \cdot 40\right) = 57,7 \ kJ \ kg^{-1}$$

La potenza termica da fornire è:

a) $\dot{Q}_{risc} = \dot{m}_3 \cdot \left(h_3 - h_u\right) = \left(\dot{m}_1 + \dot{m}_2\right) \cdot \left(h_3 - h_u\right) = \left(1,72 + 4,18\right) \cdot \left(57,7 - 31,6\right)$ =154 kW

Esercizio 17.13

L'acqua di raffreddamento di un condensatore di una macchina frigorifera viene inviata in una torre evaporativa a $T_{w,i}$=35 °C e ne esce a $T_{w,u}$=22 °C.

Nella torre evaporativa l'acqua incontra in controcorrente una portata d'aria che entra a $T_{ba,i}$=20 °C e φ_i=60% ed esce in condizioni di saturazione alla temperatura di $T_{ba,u}$=30 °C. L'acqua di reintegro viene immessa nel bacino della torre evaporativa alla temperatura $T_{w,r}$=25 °C. Considerando che la torre evaporativa operi a pressione costante pari a 101 kPa, calcolare la portata d'aria necessaria per una portata unitaria di acqua da raffreddare.

Le umidità specifiche valgono:

$$x_1 = 0,622\frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p-\varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622\frac{0,6\cdot 2,337}{101-0,6\cdot 2,337} = 8,76\cdot 10^{-3}\, kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

$$x_2 = 0,622\frac{\varphi_2 p_{vs,2}}{p-\varphi_2 p_{vs,2}} = 0,622\frac{1\cdot 4,241}{101-1\cdot 4,241} = 0,027\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

E le entalpie:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1\left(2500+1,92\cdot T_{ba,1}\right) = 20+8,76\cdot 10^{-3}\left(2500+1,92\cdot 20\right) = 42,24\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_2 = T_{ba,2} + x_2\left(2500+1,92\cdot T_{ba,2}\right) = 30+0,027\left(2500+1,92\cdot 30\right) = 99,5\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_3 = h_{liq@35} = 146,5\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_4 = h_{liq@22} = 92,21\ kJ\ kg^{-1}$$

La portata massica dell'aria per unità di portata di acqua da raffreddare vale:

$$\dot{m}_{as} = \frac{\dot{m}_w\left(h_3-h_4\right)}{\left(x_1-x_2\right)h_4-\left(h_1-h_2\right)} =$$

$$= \frac{1\cdot\left(146,5-92,21\right)}{\left(8,76\cdot 10^{-3}-0,027\right)92,21-\left(42,24-99,5\right)} = 0,977\ kgs^{-1}\left(kgs^{-1}\right)_w^{-1}$$

Esercizio 17.14

La temperatura superficiale interna del muro di un locale abitato è 14 °C. Se la temperatura di bulbo asciutto dell'aria all'interno del locale (alla pressione di 101 kPa) è pari a 20 °C, calcolare:
a) qual è l'umidità relativa che provoca la formazione di condensa sulla superficie interna della parete?

La pressione di saturazione del vapore a 20 °C è:

$$p_{vs@20°C} = 2{,}337\ kPa$$

Si ha la condizione limite per la condensazione del vapore sulla parete interna se la temperatura di rugiada dell'aria è pari alla temperatura della superficie interna della parete. Dalle tabelle:

$$p_{vs@14°C} = 1{,}651\ kPa$$

L'umidità relativa dell'aria è:

a) $$\varphi = \frac{p_{vs@14°C}}{p_{vs@20°C}} = \frac{1{,}651}{2{,}337} = 0{,}7 \Rightarrow 70\%$$

Esercizio 17.15

Una portata di aria umida si trova alle seguenti condizioni: $T_{ba,1}$=30 °C, $T_{bu,1}$=22 °C e p_1=75 kPa. Calcolare l'umidità relativa.

Si indicherà con il punto (1) la condizione dell'aria alla temperatura di bulbo umido e in condizioni di saturazione. L'umidità specifica nel punto (1) è data da:

$$x_1 = 0{,}622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0{,}622 \frac{1 \cdot 2{,}653}{75 - 1 \cdot 2{,}653} = 0{,}023\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'entalpia nel punto (1) è data da:

$$h_1 = T_{bu} + x_1 \left(2500 + 1{,}92 \cdot T_{bu}\right) = 22 + 0{,}023\left(2500 + 1{,}92 \cdot 22\right) = 80{,}5\ kJ\ kg^{-1}$$

L'entalpia della portata d'aria è:

$$h = h_1 = 80{,}5\ kJ\ kg^{-1}$$

L'umidità specifica del vapore è:

$$x = \frac{h - T_{ba}}{\left(2500 + 1{,}92 \cdot T_{ba}\right)} = \frac{80{,}5 - 30}{\left(2500 + 1{,}92 \cdot 30\right)} = 0{,}0197\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'umidità relativa dell'aria è:

$$\varphi = \frac{x \cdot p}{p_{vs}\left(x + 0{,}622\right)} = \frac{0{,}0197 \cdot 75}{4{,}241 \cdot \left(0{,}0197 + 0{,}622\right)} = 0{,}54 \Rightarrow 54\%$$

Esercizio 17.16

In una palestra si ipotizza che i frequentatori svolgono attività ginnica con, mediamente, una produzione metabolica per unità di superficie corporea M=175 W m^{-2} e con rendimento meccanico η=0,1.

Assumendo per l'abbigliamento un valore medio della resistenza termica unitaria $R''_{cl} = 0{,}093$ m^2 K W^{-1} si valuti, utilizzando il diagramma in Figura 17.5, il valore ottimale e l'intervallo di accettabilità della temperatura operativa da mantenere all'interno della palestra.

Si utilizza come valore di ingresso (M-W), ovvero la parte della potenza metabolica che non si trasforma in energia meccanica e che, quindi, deve essere dissipata verso l'ambiente esterno per ottenere la condizione di omeotermia:

$$(M-W) = M(1-\eta) = 0{,}9 \cdot 175 = 157{,}5\ Wm^{-2}$$

Dal diagramma di figura 17.5 si ottiene una temperatura ottimale di T_{op}≈14 °C con un range di variabilità di ±3 °C.

Esercizio 17.17
Calcolare l'umidità specifica e l'umidità relativa di masse di aria umida alla pressione di 101 kPa e a T_{ba}=25 °C quando la temperatura di bulbo umido vale, rispettivamente, $T_{bu,1}$=15 °C, $T_{bu,2}$=18 °C, $T_{bu,3}$=20 °C.

Si indicherà con il punto (1) la condizione dell'aria alla temperatura di bulbo umido e in condizioni di saturazione.
Caso di temperatura di bulbo umido pari a 15 °C. L' umidità specifica nel punto (1) è data da:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{1 \cdot 1,745}{101 - 1 \cdot 1,745} = 0,011 \ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'entalpia nel punto (1) è data da:

$$h_1 = T_{bu} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{bu}\right) = 15 + 0,011\left(2500 + 1,92 \cdot 15\right) = 42,82 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'entalpia della portata d'aria è:

$$h = h_1 = 42,82 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'umidità specifica del vapore è:

$$x = \frac{h - T_{ba}}{\left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba}\right)} = \frac{42,82 - 25}{\left(2500 + 1,92 \cdot 25\right)} = 0,00935 \ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'umidità relativa dell'aria è:

$$\varphi = \frac{x \cdot p}{p_{vs}\left(x + 0,622\right)} = \frac{0,00935 \cdot 101}{3,166 \cdot \left(0,00935 + 0,622\right)} = 0,47 \Rightarrow 47\%$$

Caso di temperatura di bulbo umido pari a 18 °C. L' umidità specifica nel punto (1) è data da:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{1 \cdot 2,1}{101 - 1 \cdot 2,1} = 0,013 \ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'entalpia nel punto (1) è data da:

$$h_1 = T_{bu} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{bu}\right) = 18 + 0,013\left(2500 + 1,92 \cdot 18\right) = 50,95 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'entalpia della portata d'aria è:

$$h = h_1 = 50,95 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'umidità specifica del vapore è:

$$x = \frac{h - T_{ba}}{\left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba}\right)} = \frac{50,95 - 25}{\left(2500 + 1,92 \cdot 25\right)} = 0,01 \ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'umidità relativa dell'aria è:

$$\varphi = \frac{x \cdot p}{p_{vs}\left(x + 0,622\right)} = \frac{0,01 \cdot 101}{3,166 \cdot \left(0,01 + 0,622\right)} = 0,514 \Rightarrow 51,4\%$$

Caso di temperatura di bulbo umido pari a 20 °C. L' umidità specifica nel punto (1) è data da:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{1 \cdot 2,337}{101 - 1 \cdot 2,337} = 0,0147 \ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'entalpia nel punto (1) è data da:

$$h_1 = T_{bu} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{bu}\right) = 20 + 0,0147\left(2500 + 1,92 \cdot 20\right) = 57,3 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'entalpia della portata d'aria è:

$$h = h_1 = 57,3 \ kJ \ kg^{-1}$$

L'umidità specifica del vapore è:

$$x = \frac{h - T_{ba}}{\left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba}\right)} = \frac{57,3 - 25}{\left(2500 + 1,92 \cdot 25\right)} = 0,0127\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'umidità relativa dell'aria è:

$$\varphi = \frac{x \cdot p}{p_{vs}\left(x + 0,622\right)} = \frac{0,0127 \cdot 101}{3,166 \cdot \left(0,0127 + 0,622\right)} = 0,638 \Rightarrow 63,8\%$$

Esercizio 17.18

Una portata di 0,3 $m^3\ s^{-1}$ di aria umida viene sottoposta, a pressione costante pari a p_1=100 kPa, a raffreddamento evaporativo con condizioni iniziali pari a $T_{ba,1}$=34 °C e φ_1=15% e condizioni finali pari a $T_{ba,2}$=24 °C.

Se l'acqua viene nebulizzata nell'aria a una temperatura T_w=10 °C, calcolare:

a) l'umidità relativa dell'aria all'uscita dal raffreddamento evaporativo e

b) la portata di acqua necessaria a completare il processo.

L' umidità specifica nel punto di ingresso è data da:

$$x_1 = 0{,}622\frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p-\varphi_1 p_{vs,1}} = 0{,}622\frac{0{,}15\cdot 5{,}345}{100-0{,}15\cdot 5{,}345} = 5{,}03\cdot 10^{-3}\ kg_{vap}kg_{as}^{-1}$$

L'entalpia nel punto (1) è data da:

$$h_1 = T_{bu} + x_1\left(2500+1{,}92\cdot T_{bu}\right) = 34+5{,}27\cdot 10^{-3}\left(2500+1{,}92\cdot 34\right) = 46{,}9\ kJ\ kg^{-1}$$

Il punto (2) ha la stessa entalpia del punto (1):

a) $$x_2 = \frac{h-T_{ba,2}}{\left(2500+1{,}92\cdot T_{ba,2}\right)} = \frac{46{,}9-24}{\left(2500+1{,}92\cdot 24\right)} = 8{,}99\cdot 10^{-3}\ kg_{vap}kg_{as}^{-1}$$

Riportando la portata volumetrica in portata massica:

$$\dot{m} = \frac{p\cdot\dot{V}_1}{R\cdot T_1} = \frac{100\cdot 0{,}3}{0{,}2987\cdot 307} = 0{,}327\ kg_{as}\ s^{-1}$$

La quantità di acqua necessaria al processo è:

b) $$\dot{m}_w = \dot{m}_{as}\left(x_2-x_1\right) = 0{,}327\cdot\left(8{,}99\cdot 10^{-3}-5{,}03\cdot 10^{-3}\right) = 1{,}29\cdot 10^{-3}\,kg\ s^{-1}$$

Esercizio 17.19

Una portata di 5000 $m^3\ h^{-1}$ di aria alle condizioni di $T_{ba,1}$=0 °C e φ_1=90% deve essere riscaldata e umidificata, alla pressione costante di 101 kPa, fino alla condizione di $T_{ba,2}$=21 °C e φ_2=50%.
Se l'umidificazione avviene con un sistema ad acqua, calcolare:
a) la temperatura di bulbo asciutto e l'umidità relativa dell'aria all'uscita dalla batteria riscaldante,
b) la potenza termica da fornire all'aria, disaggregata nelle quote sensibile e latente.

Come prima cosa occorre riportare a portata massiche la portata volumetriche:

$$\dot{m}_1 = \frac{p \cdot \dot{V}_1}{R \cdot T_1} = \frac{101 \cdot \frac{5000}{3600}}{0,2987 \cdot 273} = 1,72\ kg_{as}\ s^{-1}$$

Le umidità specifiche sono:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{0,9 \cdot 0,6112}{101 - 0,9 \cdot 0,6112} = 3,4 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

$$x_3 = 0,622 \frac{\varphi_3 p_{vs,3}}{p - \varphi_3 p_{vs,3}} = 0,622 \frac{0,5 \cdot 2,5}{101 - 0,5 \cdot 2,5} = 7,79 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

E l'entalpia:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,1}\right) = 0 + 3,4 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1,92 \cdot 0\right) = 8,515\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_3 = T_{ba,3} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,3}\right) = 21 + 7,79 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1,92 \cdot 21\right) = 40,8\ kJ\ kg^{-1}$$

A questo punto si può calcolare la temperatura nel punto 2:

a) $$T_{ba,2} = \frac{h_3 - x_1 \cdot 2500}{1 + 1,92 \cdot x_1} = \frac{40,8 - 3,4 \cdot 10^{-3} \cdot 2500}{1 + 1,92 \cdot 3,4 \cdot 10^{-3}} = 32,09°C$$

L'umidità relativa dell'aria è:

$$\varphi_2 = \frac{x_1 \cdot p}{p_{vs}\left(x_1 + 0,622\right)} = \frac{3,4 \cdot 10^{-3} \cdot 101}{4,793 \cdot \left(3,4 \cdot 10^{-3} + 0,622\right)} = 0,115 \Rightarrow 11,5\%$$

Per determinare le quote sensibile e latente va determinato il punto A:

$$h_A = T_{ba,3} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,3}\right) = 21 + 3,4 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1,92 \cdot 21\right) = 29,64\ kJ\ kg^{-1}$$

Le potenze termiche sensibili e latenti valgono:

b) $$\left|\dot{Q}_{sensibile}\right| = \dot{m}_{as}\left(h_A - h_1\right) = 1,72\left(29,64 - 8,515\right) = 36,335\ kW$$

$$\left|\dot{Q}_{latente}\right| = \dot{m}_{as}\left(h_3 - h_A\right) = 1,72\left(40,08 - 29,64\right) = 19,2\ kW$$

Esercizio 17.20

In un locale dotato di una finestra esterna l'aria umida, alla pressione di 101 kPa, si trova alle condizioni di T_{ba}=22 °C, φ=50%. Calcolare a quale temperatura della faccia interna del vetro della finestra si comincia a formare condensa.

La pressione parziale del vapore contenuto nell'aria all'interno del locale è:

$$p_{vap} = \varphi \cdot p_{vs@22°C} = 0,5 \cdot 2,6686 = 1,33\ kPa$$

A tale pressione la temperatura di rugiada vale:

$$T_r = 10,97°C \approx 11°C$$

Se la faccia interna del vetro ha una temperatura minore della temperatura di rugiada inizia a formarsi condensa.

Esercizio 17.21

Una portata d'aria alle condizioni di $T_{ba,1}$=5 °C e φ_1=25% viene dapprima riscaldata fino a $T_{ba,2}$=30 °C e poi viene umidificata con l'introduzione di vapore alla pressione p_{vap}=1,985 bar fino ad arrivare alla condizione T_3=35 °C e φ_3=50%.
Calcolare:
a) il calore fornito all'aria, per unità di massa di aria secca,
b) la quantità di vapore da introdurre per unità di massa di aria secca,
c) la temperatura della corrente di vapore aggiunta.

L'umidità specifica dell'aria in ingresso è:

$$x_1 = 0,622\frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p-\varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622\frac{0,25\cdot 0,8722}{101,325-0,25\cdot 0,8722} = 1,34\cdot 10^{-3}\, kg_{vap}\, kg_{as}^{-1}$$

E l'entalpia:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1\left(2500+1,92\cdot T_{ba,1}\right) = 5+1,34\cdot 10^{-3}\left(2500+1,92\cdot 5\right) = 8,363\ kJ\ kg^{-1}$$

L'entalpia dell'aria all'uscita dal preriscaldamento (punto 2) vale:

$$h_2 = T_{ba,2} + x_1\left(2500+1,92\cdot T_{ba,2}\right) = 30+1,34\cdot 10^{-3}\left(2500+1,92\cdot 30\right) = 33,4\ kJ\ kg^{-1}$$

Il calore fornito all'aria, per unità di massa di aria secca è:

a) $q_{risc} = h_2 - h_1 = 33,4-8,363 = 25,04\ kJ\ kg_{as}^{-1}$

La pressione di saturazione del vapore alla temperatura di uscita (punto 3) è:

$$p_{sat@35°C} = 5,621\ kPa$$

Il titolo del vapore all'uscita vale:

$$x_3 = 0,622\frac{\varphi_3 p_{vs,3}}{p-\varphi_3 p_{vs,3}} = 0,622\frac{0,5\cdot 5,621}{101,325-0,5\cdot 5,621} = 0,0177\ kg_{vap}kg_{as}^{-1}$$

La quantità di vapore da introdurre per unità di aria secca vale:

b) $\dfrac{m_{vap}}{m_{as}} = x_3 - x_1 = 0,0177-1,34\cdot 10^{-3} = 0,0164\ kg_{vap}kg_{as}^{-1}$

L'entalpia dell'aria umida nella condizione finale vale:

$$h_3 = T_{ba,3} + x_3\left(2500+1,92\cdot T_{ba,3}\right) = 35+0,0177\left(2500+1,92\cdot 35\right) = 80,44\ kJ\ kg^{-1}$$

Applicando il bilancio di energia all'umidificatore:

$$h_w = \frac{m_{as}}{m_{vap}}\left(h_3-h_2\right) = \frac{1}{0,0164}\cdot\left(80,44-33,4\right) = 2868,3\ kJ\ kg^{-1}$$

A 1,9875 bar L'entalpia del vapore saturo secco vale:

$$h_{vss@1,985\ bar} = 2730,4\ kJ\ kg^{-1}$$

Il vapore si trova dunque allo stato di vapore surriscaldato alla temperatura di:

c) $T_{vap} \approx 200\ °C$

Esercizio 17.22

Una portata di 20'000 $m^3\ h^{-1}$ di aria umida alla pressione di 101 kPa e alle condizioni di $T_{ba,1}$=35 °C e φ_1=25% viene inviata in un raffreddatore evaporativo da cui esce con una umidità relativa φ_2=70%.

Calcolare:

a) la temperatura di bulbo secco all'uscita dal raffreddatore evaporativo,

b) la minima temperatura raggiungibile,

c) la quantità di acqua necessaria.

Dal diagramma psicrometrico si determina la temperatura di bulbo secco all'uscita del raffreddamento:

a) $T \approx 24.3°C$

La minima temperatura raggiungibile è la temperatura che si ha alla condizione di saturazione:

b) $T_{min} \approx 20°C$

Come prima cosa occorre riportare a portata massiche la portata volumetriche:

$$\dot{m}_1 = \frac{p \cdot \dot{V}_1}{R \cdot T_1} = \frac{101 \cdot \frac{20000}{3600}}{0,2987 \cdot 308} = 6,1\ kg_{as}\ s^{-1}$$

L'umidità specifica dell'aria in ingresso è:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{0,25 \cdot 5,62}{101 - 0,25 \cdot 5,62} = 8,77 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'umidità specifica dell'aria in uscita è:

$$x_2 = 0,622 \frac{\varphi_2 p_{vs,2}}{p - \varphi_2 p_{vs,2}} = 0,622 \frac{0,7 \cdot 3,05}{101 - 0,7 \cdot 3,05} = 0,0134\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

La quantità di acqua necessaria è:

c) $\dot{m}_w = \dot{m}_{as}\left(x_2 - x_1\right) = 6,1 \cdot \left(0,0134 - 8,77 \cdot 10^{-3}\right) = 0,028\ kgs^{-1}$

Esercizio 17.23

Una portata di 4'000 kg h^{-1} di aria umida a $T_{ba,1}$=10 °C e φ_1=60% viene dapprima riscaldata a umidità specifica costante fino a $T_{ba,2}$=20 °C e poi umidificata per mezzo dell'immissione di una portata di 6 g·s^{-1} di vapore saturo a T_{vap}=100 °C.

Calcolare:

a) la temperatura raggiunta dall'aria umida alla fine del processo,

a) l'umidità relativa dell'aria all'uscita dal trattamento,

c) la potenza termica necessaria a realizzare il riscaldamento sensibile e quello latente.

Come prima cosa occorre riportare a portata massiche la portata volumetriche:

$$\dot{m}_{as} = \frac{p \cdot \dot{V}}{R \cdot T} = \frac{101,325 \cdot \dfrac{4000}{3600}}{0,2987 \cdot 283} = 1,33\ kg_{as}\ s^{-1}$$

L'umidità specifica dell'aria in ingresso è:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622 \frac{0,6 \cdot 1,275}{101,325 - 0,6 \cdot 1,275} = 4,73 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

E l'entalpia:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,1}\right) = 10 + 4,73 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1,92 \cdot 10\right) = 21,92\ kJ\ kg^{-1}$$

L'entalpia dell'aria all'uscita dal preriscaldamento (punto 2) vale:

$$h_2 = T_{ba,2} + x_1 \left(2500 + 1,92 \cdot T_{ba,2}\right) = 20 + 4,73 \cdot 10^{-3} \left(2500 + 1,92 \cdot 20\right) = 32,01\ kJ\ kg^{-1}$$

L'entalpia del vapore all'ammissione vale:

$$h_{vap} = 2500 + 1,92 \cdot T_{vap} = 2500 + 1,92 \cdot 100 = 2692\ kJ\ kg^{-1}$$

L'umidità specifica all'uscita vale:

$$x_3 = \frac{x_1 \cdot \dot{m}_{as} + \dot{m}_{vap}}{\dot{m}_{as}} = \frac{4,73 \cdot 10^{-3} \cdot 1,33 + 0,006}{1,33} = 9,24 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

A cui corrisponde una entalpia pari a:

$$h_3 = \frac{h_2 \cdot \dot{m}_{as} + h_{vap} \cdot \dot{m}_{vap}}{\dot{m}_{as}} = \frac{32,01 \cdot 1,33 + 2692 \cdot 0,006}{1,33} = 44,17\ kJ\ kg^{-1}$$

La temperatura nel punto 3 è data da:

a) $$T_{ba,3} = \frac{h_3 - x_3 \cdot 2500}{1 + 1,92 \cdot x_3} = \frac{44,17 - 9,24 \cdot 10^{-3} \cdot 2500}{1 + 1,92 \cdot 9,24 \cdot 10^{-3}} = 20,7°C$$

A cui corrisponde un'umidità relativa

b) $$\varphi_3 = \frac{x_3 \cdot p}{p_{vs,3} \cdot \left(0,622 + x_3\right)} = \frac{9,24 \cdot 10^{-3} \cdot 101,325}{2,453 \cdot \left(0,622 + 9,24 \cdot 10^{-3}\right)} = 0,605 \Rightarrow 60,5\%$$

La potenza termica necessaria a realizzare il riscaldamento sensibile e latente vale:

c) $$\dot{Q}_{risc} = \dot{m}_{as} \left(h_3 - h_1\right) = 1,33 \cdot \left(44,17 - 21,92\right) = 87,9\ kW$$

Esercizio 17.24

Una portata di 5'000 $m^3\ h^{-1}$ di aria umida inizialmente alla pressione di 101 kPa e $T_{ba,1}$=5 °C e φ_1=80% viene riscaldata a umidità specifica costante fino alla temperatura di 35 °C.

Calcolare:

a) la portata massica di aria,

b) l'umidità relativa all'uscita,

c) la potenza termica da conferire all'aria per ottenere il riscaldamento desiderato.

La portata massica dell'aria è:

a) $$\dot{m}_1 = \frac{p \cdot \dot{V}_1}{R \cdot T_1} = \frac{101 \cdot \frac{5000}{3600}}{0{,}2987 \cdot 279} = 1{,}68\ kg_{as}\ s^{-1}$$

L'umidità specifica dell'aria in ingresso è:

$$x_1 = 0{,}622 \frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p - \varphi_1 p_{vs,1}} = 0{,}622 \frac{0{,}8 \cdot 0{,}8722}{101 - 0{,}8 \cdot 0{,}8722} = 4{,}32 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'umidità specifica dell'aria all'uscita è:

$$x_1 = x_2 = 4{,}32 \cdot 10^{-3}\ kg_{vap} kg_{as}^{-1}$$

L'umidità relativa all'uscita vale:

b) $$\varphi_2 = \frac{x_1 \cdot p}{p_{vs}\left(x_1 + 0{,}622\right)} = \frac{4{,}32 \cdot 10^{-3} \cdot 101}{5{,}621 \cdot \left(4{,}32 \cdot 10^{-3} + 0{,}622\right)} = 0{,}124 \Rightarrow 12{,}4\%$$

Le entalpie sono date da:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1\left(2500 + 1{,}92 \cdot T_{ba,1}\right) = 5 + 4{,}32 \cdot 10^{-3}\left(2500 + 1{,}92 \cdot 5\right) = 15{,}84\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_2 = T_{ba,2} + x_1\left(2500 + 1{,}92 \cdot T_{ba,2}\right) = 35 + 4{,}32 \cdot 10^{-3}\left(2500 + 1{,}92 \cdot 35\right) = 46{,}09\ kJ\ kg^{-1}$$

La potenza termica da conferire vale:

c) $$\dot{Q} = \dot{m}_{as}\left(h_2 - h_1\right) = 1{,}68\left(46{,}09 - 15{,}84\right) = 50{,}82\ kW$$

Esercizio 17.25

Una portata di aria umida alla pressione di 101 kPa e alle condizioni iniziali di $T_{ba,1}$=32 °C e φ_1=55% viene raffreddata e deumidificata fino ad una umidità specifica x_2=10 g·kg_{as}^{-1} facendola passare su una batteria raffreddante.

Calcolare:

a) la temperatura dell'aria satura all'uscita dalla batteria raffreddante,

b) la quantità di vapore che condensa per unità di portata d'aria,

c) il calore da sottrarre all'aria per ottenere il trattamento.

L'umidità specifica dell'aria in ingresso è:

$$x_1 = 0,622\frac{\varphi_1 p_{vs,1}}{p-\varphi_1 p_{vs,1}} = 0,622\frac{0,55\cdot 4,793}{101-0,55\cdot 4,793} = 0,0167\ kg_{vap}kg_{as}^{-1}$$

La pressione parziale del vapore all'uscita dalla batteria è:

$$p_{vs,2} = \frac{p\cdot x_2}{x_2+0,622} = \frac{101\cdot 0,01}{0,01+0,622} = 1,6\ kPa$$

La temperatura dell'aria satura all'uscita dalla batteria è:

a) $T_{vs,2} \approx 14°C$

La quantità di vapore che condensa per unità di portata d'aria è:

b) $m_{vap} = x_1 - x_2 = 0,0167 - 0,01 = 0,0067\ kg_{vap}kg_{as}^{-1}$

Le entalpie sono date da:

$$h_1 = T_{ba,1} + x_1\left(2500+1,92\cdot T_{ba,1}\right) = 32+0,0167\left(2500+1,92\cdot 32\right) = 74,77\ kJ\ kg^{-1}$$

$$h_2 = T_{ba,2} + x_1\left(2500+1,92\cdot T_{ba,2}\right) = 14+0,01\left(2500+1,92\cdot 14\right) = 39,27\ kJ\ kg^{-1}$$

La quantità di calore da asportare è:

c) $|Q| = \left(h_1 - h_2\right) = 74,77 - 39,27 = 35,5\ kJkg_{as}^{-1}$

Esercizio 17.26

Utilizzando il diagramma in Figura 17.5, determinare la temperatura operativa ottimale per un individuo dormiente in una camera da letto, ipotizzando che la resistenza globale del vestiario indossato dall'individuo e della coperta sia $R''_{cl} = 0{,}109$ m^2 K W^{-1}.

Per un individuo dormiente si può ipotizzare un'attività metabolica a riposo, dalla tabella 17.1 (soggetto sdraiato) si ottiene M=0,8 met = 46 Wm^{-2}.
Dal diagramma in figura 17.5 si ottiene temperatura operativa ottimale di 30 °C.